

Universidade Atlântica

**Aplicação da Teoria das Opções Reais em Ambientes de Incerteza: Um  
Caso de Estudo no Setor das Telecomunicações**

Mestrado em Gestão

Luis Manuel Leal Pinto da Rocha

Barcarena, Setembro 2013

Universidade Atlântica

**Aplicação da Teoria das Opções Reais em Ambientes de Incerteza: Um Caso de Estudo no Setor das Telecomunicações**

Mestrado em Gestão

Luis Manuel Leal Pinto da Rocha

Dissertação orientada pelo Professor Doutor Rui Barroso Moura

Barcarena, Setembro 2013

## Índice

Lista de Tabelas.....	4
Lista de Gráficos .....	5
Lista de Símbolos.....	6
Glossário .....	8
Resumo.....	11
Abstract .....	12
1 Introdução .....	13
2 Referencial Teórico.....	15
2.1 O Sector das Telecomunicações Nacional .....	15
2.2 Opções Reais .....	25
3 Caso de Estudo.....	43
3.1 Modelação .....	43
3.1.1 Pressupostos do modelo de Black e Scholes.....	46
3.2 Enquadramento da aplicação.....	48
3.3 Entradas dos modelos de valorização da incerteza.....	49
3.4 Cálculo da opção .....	54
3.5 Análise e revisão dos resultados.....	56
3.6 Análise de sensibilidade para o modelo de Black e Scholes .....	59
4 Conclusão.....	66
Bibliografia .....	68
Anexo 1: Código da função (MS Excel) - BlackScholes(c,S,X,T,r,v).....	72
Anexo 2: Código em Matlab®.....	73

## Lista de Tabelas

Tabela 1: Avaliações dos ativos afetos à Concessão (PT) .....	50
Tabela 2: Cálculo da Volatilidade e <i>drift</i> com base no histórico das avaliações .....	51
Tabela 3: Parâmetros do Processo Estocástico (MGB).....	52
Tabela 4: Média das simulações dos valores do strike em 13 anos .....	53
Tabela 5: Cálculo da PTC para taxas de juro sem risco (2011).....	54
Tabela 6: Média das Observações Mensais dos ODP a 10 anos (2010-2011).....	54
Tabela 7: Parâmetros e Resultados- Opção de Venda Europeia (BS) .....	55
Tabela 8: Parâmetros e Resultados - Opção de Venda Americana (Binomial) .....	55
Tabela 9: Expressão das principais “ <i>gargas</i> ” para a <i>put</i> europeia (Black e Scholes) .....	62
Tabela 10: Valores - Diagrama Tornado - Modelação da Incerteza por Black e Scholes .....	63
Tabela 11: Valores - Diagrama <i>Spider</i> – Modelação da Incerteza por Black e Scholes.	64

## Lista de Gráficos

Gráfico 1: Estrutura da Rede da PTC.....	22
Gráfico 2: Terminologia da Rede de Acesso .....	23
Gráfico 3: Distribuição das centrais da PT e centrais da PT com lacetes locais desagregados (Portugal Continental) 4T 2010.....	24
Gráfico 4: Distribuição das centrais da PT e centrais da PT com lacetes locais desagregados (Regiões Autónomas) 4T 2010.....	25
Gráfico 5: Curva do lucro de uma opção de venda.....	30
Gráfico 6: Classificação das opções reais - os 7s de Copeland e Keenan (1998).....	31
Gráfico 7: Modelo de Copeland e Antikarov.....	32
Gráfico 8: Modelo de Amram e Kulatilaka.....	34
Gráfico 9: Histórico de avaliações dos bens afetos ao Acordo Modificativo do Contrato de Concessão.....	52
Gráfico 10: Espaço Estratégico - Tomada de decisão para o cenário 1 .....	57
Gráfico 11: Espaço Estratégico - Tomada de decisão para o cenário 2 (Curva de Gatilho) .....	58
Gráfico 12: Caminhos Brownianos e Tomada de Decisão .....	59
Gráfico 13: Diagrama Tornado - Modelação da Incerteza por Black e Scholes.....	63
Gráfico 14: Diagrama <i>Spider</i> - Modelação da Incerteza por Black e Scholes.....	64

## Lista de Símbolos

<b>ANACOM</b>	ICP - Autoridade Nacional de Comunicações (ANACOM) é a autoridade reguladora das comunicações postais e das comunicações eletrónicas.
<b>CAPM</b>	<i>Capital Asset Pricing Model</i> . Modelo de valorização de ativos financeiros baseado na relação entre o risco de mercado e as taxas de retorno exigidas.
<b>FCD</b>	Fluxos de Caixa Descontados
<b>PT</b>	Portugal Telecom, SA.
<b>PTC</b>	PT Comunicações, SA.
<b>AOR</b>	Análise de Opções Reais.
<b>GPRS</b>	<i>General Packet Radio System</i>
<b>MMS</b>	<i>Multimedia Messaging Service</i> .
<b>UMTS</b>	<i>Universal Mobile Telecommunications System</i>
<b>SMS</b>	<i>Short Message Service</i>

**GARCH**

*Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*  
(Modelos de estimação da volatilidade)

**ODP**

Obrigações de Dívida Pública

## Glossário

- American Options*** Opções Americanas. Contratos de opções nos quais o direito do subscritor poderá ser exercido em qualquer altura até uma determinada data (maturidade).
- Asian Options*** Opções Asiáticas. Contratos de opções similares às opções do estilo americano, diferem no método de cálculo do preço do ativo subjacente na data de exercício, efetuado com base na média de cotações do ativo e não no seu preço instantâneo. O objetivo é evitar a especulação próximo da maturidade.
- at-the-money*** Termo usado quando, na data de exercício, a diferença entre a cotação corrente do ativo subjacente da opção e o preço de exercício (*strike*) é igual a zero. O subscritor não tem vantagem em exercer a opção (indiferente).
- Barrier Options*** Opções Barreira. Contratos de opções onde os direitos de exercício mantêm-se válidos apenas se o preço do ativo subjacente não ultrapassar determinados limites (barreira), expirando no caso contrário.
- Bermudan Options*** Opções Bermuda. Contratos de opções baseados nas opções do estilo americano, com a variante do subscritor só poder exercer o seu direito em determinadas datas.
- Call*** Opção de compra. Contrato que concede o direito, mas não obriga, o seu subscritor a comprar uma determinada quantidade de um ativo até ou numa determinada data a um determinado

preço.

### **Cabo Coaxial**

Cabo constituído por um fio de cobre central, envolto por uma cinta de fios de cobre entrelaçados, da qual se encontra separado por um material isolador. Está vocacionado para transporte de sinais elétricos com frequências superiores às suportadas por um simples par de fios metálicos.

### **FWA**

*Fixed Wireless Access*. Tecnologia de acesso que permite aos operadores fornecer aos clientes uma ligação direta à sua rede de telecomunicações através de uma ligação rádio fixa entre as instalações destes e a central local do operador

### **PLC**

*PowerLine Communications*. Tecnologia de acesso que utiliza os cabos de energia para transmissão em banda larga de voz e dados.

### **FTTH /B/C**

*Fibre To The Home*. Meio físico de transmissão em que a informação é transportada sob a forma de impulsos de luz. Possui capacidade para transmissão de elevadas quantidades de informação a grande distância e com reduzida perda de sinal. “*To de Home*” significa o ponto terminal da ligação na perspetiva do utilizador final (neste caso, FTTH, fibra até ao assinante). Outras designações para o mesmo meio de transmissão mas com finalização diferente são por exemplo: FTTB (*Fibre To The Building*); FTTC (*Fibre to Curb / Fibre to the Cabinet*).

### ***European Options***

Opções Europeias. Contratos de opções nos quais o direito do subscritor só poderá ser exercido em uma data fixa (maturidade).

---

<b><i>in-the-money</i></b>	Termo usado quando, na data de exercício, a diferença entre a cotação corrente do ativo subjacente da opção e o preço de exercício ( <i>strike</i> ) é superior a zero. O subscritor tem vantagem em exercer a opção.
<b><i>out-of-the-money</i></b>	Termo usado quando, na data de exercício, a diferença entre a cotação corrente do ativo subjacente da opção e o preço de exercício ( <i>strike</i> ) é inferior a zero. O subscritor não tem vantagem em exercer a opção.
<b>Posição curta</b>	Define a posição subscritora no contrato de opções (compra ou venda). Também designado por <i>writer</i> .
<b>Posição longa</b>	Define a posição detentora do contrato de opções (compra ou venda). Também designado por <i>buyer</i> .
<b><i>Put</i></b>	Opção de venda. Contrato que concede o direito, mas não obriga, o seu subscritor a vender uma determinada quantidade de um ativo até ou numa determinada data a um determinado preço.
<b><i>Strike</i></b>	Preço de exercício. Preço acordado num contrato de opções para transacionar o ativo subjacente na data de exercício.
<b><i>Commodity</i></b>	Uma <i>commodity</i> é um bem que pode ser trocado por outro igual independentemente de quem o produz (bem fungível), por exemplo; petróleo, açúcar, café, cobre, ouro.

## **Resumo**

No presente trabalho, pretende-se analisar o efeito da incerteza e da flexibilidade de gestão na avaliação de ativos, utilizando uma metodologia de análise de opções reais (AOR).

O valor acordado na operação de compra e venda da rede básica de telecomunicações ocorrida em 2002 entre o Estado Português e a Portugal Telecom foi estabelecido recorrendo a metodologias tradicionais de avaliação de ativos baseadas no conceito do VAL, ignorando o efeito da incerteza e da flexibilidade de gestão geradas pela propriedade dos ativos.

Recorrendo à metodologia de AOR, analisámos o efeito da opção de venda dos ativos da rede básica de telecomunicações em dois cenários; (i) num horizonte temporal fixo; (ii) com flexibilidade de venda antecipada.

Discutimos o enquadramento do caso de estudo na AOR determinando e validando os parâmetros de entrada dos modelos de Black e Scholes e Binomial.

Deduzimos as estratégias ótimas de tomada de decisão para ambos os cenários e apresentamos uma análise de sensibilidade para o modelo de Black e Scholes com base nos resultados obtidos.

**Palavras-Chave:** Opções Reais; Setor das Telecomunicações; Black & Scholes; Binomial; Fronteira Ótima de Exercício

## **Abstract**

In this work, we intend to analyze the effect of uncertainty and management flexibility in the asset evaluation, using real options analysis methodology (ROA).

The agreed value in the operation of sale that occurred in 2002 between the Portuguese state and the Portugal Telecom of the basic telecommunications network was based in traditional methodologies of assets evaluation supported on the concept of NPV, ignoring the effect of uncertainty and management flexibility generated by asset ownership.

Using the ROA methodology, we analyze the effect of the option to sell the assets of the basic telecommunications network in two scenarios; (i) with a fixed time horizon, (ii) with early sale flexibility.

We discuss the case study within the ROA framework, determining and validating the input parameters of the models of Black and Scholes and Binomial.

We deduce the optimal strategies of decision making for both scenarios and present a sensitivity analysis for the Black and Scholes model based on the results obtained.

**Key-Words:** Real Options; Telecommunication Sector, Black-Scholes, Binomial, Early Exercise Frontier

## 1 Introdução

Os modelos tradicionais assumem que o investimento num projeto é uma ação estática e binária, ou se investe ou não se investe, mas a realidade não é bem assim. É usual o gestor poder optar por adiar o investimento ou alterá-lo durante o seu curso, adaptando-se às alterações da envolvente económica. A realidade muda mas o modelo não.

Por outro lado, as projeções dos fluxos de caixa são arbitrárias e subjetivas na sua essência, mas usualmente entendidas como representativas da realidade.

A metodologia de análise de opções reais (AOR) com fundamentos nos trabalhos de Black e Scholes (1973) e Cox, Ross, e Rubinstein (1979) veio enriquecer o conjunto de ferramentas de avaliação de ativos. Esta metodologia, com origem nos mercados financeiros, quando adequadamente aplicada a ativos reais, permite valorizar a flexibilidade da gestão e a incerteza característica do mundo real.

A flexibilidade da gestão de poder contrair, expandir ou adiar um investimento pode apresentar um valor significativo, Copeland T. (2001) mostra como esse valor pode condicionar a decisão de aceitar ou abandonar um projeto e a importância de valorizar adequadamente estas opções.

Conhecer o valor das opções assume especial relevância em mercados onde a incerteza é maior, Amran e Kulatilaka (1999) referem como exemplos, o mercado da exploração de petróleo, o farmacêutico e o das tecnologias de informação, mercados estes onde a metodologia de AOR constituem uma mais-valia na tomada de decisões estratégicas, reduzindo o hiato entre as necessidades dos decisores e a resposta do modelo.

Em particular, no setor das telecomunicações nacional, fatores tais como; a liberalização; a transposição de diretivas comunitárias e a evolução tecnológica, modificaram significativamente o cenário de tomada de decisão, tornando-o muito mais dinâmico e incerto.

A empresa incumbente, a Portugal Telecom (PT), possui desde 1995 a concessão da rede básica de telecomunicações e do serviço universal de telecomunicações. Por via

desta concessão a PT devolvia ao Estado Português uma renda anual referente à exploração dos ativos afetos ao contrato, estando obrigada a devolver os bens no final do mesmo.

Em 2002 a PT adquire ao Estado Português, por contrapartida das rendas futuras, aquele conjunto de ativos e o direito de não reversão dos bens para o concedente.

O preço estabelecido, baseou-se na avaliação das rendas futuras atualizadas previstas até final do contrato de concessão, em 2025. É evidente que esta operação não teve em conta a incerteza que afeta os ativos transacionados e a flexibilidade de gestão obtida.

O fator associado à incerteza e flexibilidade pode apresentar um valor significativo e não pode ser modelado recorrendo a metodologias tradicionais.

A modelação pela AOR permitir-nos-á estimar o valor da incerteza e flexibilidade, e deduzir um espaço estratégico de tomada de decisão. Esta análise será baseada em dois cenários hipotéticos.

## 2 Referencial Teórico

### 2.1 O Sector das Telecomunicações Nacional

#### Breve Cronologia

Tem pouco mais de uma centena de anos a implementação da rede telefónica nacional. As primeiras redes são inauguradas nos primeiros anos do século passado. A primeira central telefónica de comutação automática, inaugurada em Lisboa, data de 1930 e marca o início de uma nova época ditando o fim das centrais manuais operadas por telefonistas.

Operavam no sector a APT (*Anglo-Portuguese Telephone*), com as redes telefónicas de Lisboa e do Porto, a Administração-Geral dos Correios e Telégrafos (AGCT), mais tarde CTT, que garantia as ligações interurbanas e regionais e a Companhia Portuguesa Rádio Marconi (CPRM) que explorava as ligações internacionais.

Nos anos seguintes a 1930 o desenvolvimento pautou-se pelo estabelecimento das interligações entre as diversas geografias nacionais e internacionais, via telefónica e telegráfica.

Após a estagnação provocada pela segunda guerra mundial (1939-1945), o processo de automatização da comutação assumiu maior relevo. Foram desenvolvidas em Portugal, as primeiras estações automáticas de fabrico nacional, que entraram ao serviço em 1956, pelo GECA (Grupo de Estudos de Comutação Automática), pertencente aos CTT e mais tarde designado por CET (Centro de Estudos de Telecomunicações),

Nos anos seguintes iniciaram-se as transmissões regulares de televisão pela Radiotelevisão Portuguesa (RTP) (1957) e o consumo de serviços de comunicações atingiu níveis elevados, a APT contava com 2 milhões de telefones instalados (Lisboa e Porto) e, no restante território, os CTT atingiam 1 milhão de aparelhos instalados.

Em 1965, Portugal torna-se membro da INTELSAT e um ano mais tarde o Estado Português nacionaliza 51% do capital da CPRM e concede a esta a exclusividade da exploração das comunicações via satélite. Segue-se o resgate da concessão da APT, em

1967, a constituição da empresa pública TLP (Telefones de Lisboa e Porto) e a transformação dos CTT em empresa pública.

A infraestrutura usada era maioritariamente suportada em cabos de pares de fios de cobre, feixes hertzianos e satélite. A introdução da comutação por pacotes (X25) e da fibra ótica na rede de comunicações, acontece pela primeira vez em 1983 e a comutação passa a ser digital (centrais digitais) a partir de 1987, até esta altura era eletromecânica. O lançamento nacional da primeira rede móvel digital (GSM; 2G) ocorre em 1992, há pouco mais de duas décadas.

A reestruturação do sector continua com a transformação dos CTT, SA em Telecom Portugal, SA. Mais tarde, em 1994, constitui-se a Portugal Telecom, S.A. (PT), resultado da fusão das empresas Telecom Portugal S.A., Telefones de Lisboa e Porto S.A. (TLP) e Teledifusora de Portugal S.A. (TDP), integrando a CPRM em 1995, ano em que se inicia a privatização da PT, S.A., um processo faseado que terminará em 2000, com a privatização total da PT, ficando o estado com uma participação de 500 ações do tipo “A” (Golden Share).

Nos anos seguintes o mercado ganha uma nova dinâmica, com o surgimento de novos serviços suportados na evolução tecnológica das infraestruturas, nomeadamente, o lançamento em 2003 da 3ª Geração móvel (3G) /UMTS e posteriormente da 4ª geração móvel (4G) em 2010, e a instalação massiva de fibra ótica, cobrindo em 2009 cerca de 1 milhão de casas, que permitiu o surgimento de serviços inovadores e evoluídos, como o Triple Play (3P), integrando a televisão, internet e telefone fixo. De notar também o lançamento da TDT (Televisão Digital Terrestre) em 2009, que de igual modo, possibilita o acesso a serviços impossíveis de garantir através das transmissões efetuadas por via analógica.

### **Plano legal**

Em Portugal, até 1997, o acesso e o exercício da atividade de telecomunicações era caracterizado pelos seguintes conceitos básicos subjacentes à Lei da Delimitação dos Setores e à Lei de Bases das Telecomunicações de 1989.

- O acesso à rede básica de telecomunicações, era exclusivo dos operadores de telecomunicações de serviço público (cf. Artigo 9º, nº 3 da Lei nº 88/89 de 11 de Setembro), com exceção dos serviços complementares e dos serviços de valor acrescentado, estes com acesso em regime de concorrência a operadores de serviço público, a empresas de telecomunicações complementares ou a qualquer pessoa singular ou coletiva devidamente autorizada.
- A supervisão e fiscalização eram competência do Estado com o apoio do Instituto das Comunicações de Portugal (ICP) (cf. artigo 4.º da Lei n.º 88/89, de 11 de Setembro e artigo 4.º do Decreto-Lei n.º 283/89, de 23 de Agosto).

A partir de 1997 o acesso à atividade de telecomunicações foi liberalizado ficando sujeito a licença ou a registo (cf. Lei 88-A/97, de 25 de Julho). Deste modo, os agentes económicos privados passaram a ter a possibilidade de estabelecer, gerir e explorar redes públicas de telecomunicações, bem como a possibilidade de prestar serviços de telecomunicações através da utilização da rede básica, que se mantinha no domínio público, mas numa lógica de rede aberta.

A abertura à iniciativa privada obrigaria à revisão da lei de bases dando origem a uma nova lei (Lei n.º 91/97, de 1 de Agosto).

Este novo quadro legal caracterizava-se por:

- Eliminação do exclusivo dos operadores de telecomunicações de serviço público quanto ao estabelecimento, gestão e exploração das infraestruturas de telecomunicações, incluindo a rede básica de telecomunicações, (cf. artigos 11.º, n.º 1 e 12.º, n.º 5 da Lei 91/97)
- Pela consagração do princípio da liberalização das telecomunicações, com uma única limitação no que respeita ao serviço fixo de telefone, cuja liberalização seria deferida para Janeiro de 2000 (cf. artigos 7.º e 20 da Lei n.º 91/97)
- Pela Garantia da prestação do serviço universal pelo Estado, por pessoa coletiva de direito público ou por pessoa coletiva de direito privado, mediante contrato,

o qual só revestirá a forma de concessão quando inclua o estabelecimento, gestão e exploração das infraestruturas que constituam a rede básica de telecomunicações (cf. artigo 8.º da Lei 91/97).

A supervisão e fiscalização ficariam a cargo do ICP como entidade reguladora do sector com competências alargadas, entre outras; tarefas de fiscalização e sanção em caso de incumprimento das normas que disciplinam a atividade; e poderes para definir as condições de interligação de redes e serviços de telecomunicações de uso público (cf. artigo 5.º, n.º 2 da Lei 91/97)

O reconhecimento legal da liberdade de exercício da atividade de operador de rede pública de telecomunicações e de prestador de serviços de telecomunicações de uso público não significou, a plena liberalização do sector.

A rede básica de telecomunicações, manteve-se no domínio público do Estado, assumindo este a tarefa de *“assegurar a existência, disponibilidade e qualidade de uma rede pública de telecomunicações endereçadas”*, denominada, *“rede básica”* e *“que cubra as necessidades de comunicação dos cidadãos e das actividades económicas e sociais no conjunto do território nacional e assegure as ligações internacionais, tendo em conta as exigências de um desenvolvimento económico e social harmónico e equilibrado”*. (cf. Artigo 12.º, n.º 1 da Lei n.º 91/97 de 1 de Agosto)

Em seguimento, o estabelecimento, gestão e exploração das infraestruturas da rede básica de telecomunicações foi entregue ao operador encarregue de assegurar o serviço universal (a PT), mediante contrato de concessão, celebrado em 1995, válido por 30 anos renovável por períodos de 15 anos. (cf. Artigo 106.º da Lei das Comunicações Eletrónicas (Lei n.º 5/2004, de 10 de Fevereiro)).

### **Plano empresarial**

Em paralelo com as alterações legais, teve lugar um processo de reestruturação do setor, com vista à sua privatização, que se iniciou com a transformação da empresa pública Telefones de Lisboa e Porto (TLP, E.P.), numa sociedade anónima de capitais maioritariamente públicos (TLP, S.A.).

Seguiu-se a transformação dos Correios e Telecomunicações de Portugal, E. P. (CTT), em sociedade anónima de capitais exclusivamente públicos, de forma a preparar “*a separação, em duas empresas distintas, dos serviços que presta nas áreas fundamentais dos correios e das telecomunicações*” (cf. Decreto-Lei n.º 87/92, de 14 de Maio); e a criação da CN – Comunicações Nacionais, SGPS, S. A., sociedade anónima de capitais exclusivamente públicos, que agregaria as participações detidas pelo Estado nas três operadoras de comunicações, os CTT, TLP e a CPRM, S.A. (Companhia Portuguesa Radio Marconi, SA) (cf. Decreto-Lei n.º 88/92, de 14 de Maio).

Por cisão dos CTT, nasce a Telecom Portugal, S.A. (cf. artigo 1.º, n.º 1 do Decreto-Lei n.º 277/92, de 15 de Dezembro), e a fusão desta com os TLP e com a Teledifusora de Portugal, S.A. (TDP), em 1994, deu origem à Portugal Telecom, S.A. (cf. Decreto-Lei n.º 122/94, de 14 de Maio).

Ficava assim constituída uma única entidade para prestação de todo o serviço público de telecomunicações exceto o serviço internacional que continuaria sob concessão da CPRM, S.A. abrangida pelo Contrato de Concessão estabelecido em 1992.

Mais tarde, cumprindo o intuito inicial da Portugal Telecom, S.A. (PT), de ter sido criada com o desígnio de passar a prestar todo o serviço público de telecomunicações, incluindo as ligações internacionais (cf. DL n.º 40/95 de 15 de Fevereiro), o Estado Português adquire a totalidade do capital da CPRM e revoga o Contrato de Concessão de 1992. A CPRM seria integrada na concessão atribuída à PT, passando esta a prestar todo o serviço público de telecomunicações (cf. Artigo 45º do DL n.º 40/95, de 15 de Fevereiro)

Foi neste contexto que se seguiu o processo de privatização do setor das telecomunicações em Portugal. Com início em 1995 culminou em 2000, ficando a participação pública no capital social da Portugal Telecom, S.A., reduzida a 500 ações da categoria “A” que conferem ao seu titular direitos especiais (*golden share*).

A reformulação da estrutura empresarial da Portugal Telecom, S.A., em parte determinada pela sua estratégia empresarial, ditaria a constituição de uma nova sociedade, a PT Comunicações, S.A., para a qual seria transmitida a posição contratual

da Portugal Telecom, S.A. na qualidade de concessionária do serviço público de telecomunicações (cf. Decreto-Lei n.º 219/2000, de 9 de Setembro)

É aprovada a Lei n.º 29/2002 de 6 de Dezembro, que determina a desafetação da “rede básica de telecomunicações” do domínio público do Estado e a possibilidade de se proceder à sua alienação, por ajuste direto, ao prestador do serviço universal.

A alienação da rede básica de telecomunicações veio a suceder nos termos da Resolução do Conselho de Ministros n.º 147/2002, de 11 de Dezembro e do Acordo Modificativo do Contrato de Concessão do serviço público de telecomunicações, celebrado entre o Estado Português e a PT Comunicações S.A..

Nos termos desse contrato, a PT Comunicações, S.A. (PTC) obriga-se a garantir o funcionamento da rede básica de telecomunicações como uma rede aberta, servindo de suporte à transmissão da generalidade dos serviços e passível de utilização por todos os operadores e prestadores de serviços de telecomunicações, em condições de igualdade; e durante a vigência da concessão, a afetar a esta as infraestruturas adquiridas na medida do necessário à prestação dos serviços concessionados, sem prejuízo da sua possibilidade de alienação, substituição e/ou oneração, desde que não afete a prestação desses serviços (cf. artigo 2.º do Decreto-Lei n.º 31/2003, de 17 de Fevereiro).

O Estado Português, salvaguarda a posição aprovando em conjunto com o DL n.º 31/2003, o Decreto-Lei n.º 95/2003, de 3 de Maio, que permite a expropriação da rede básica de telecomunicações, ou de qualquer dos bens que a integram, por razões de interesse público, devidamente justificadas.

Ficou assim conferida à PTC a posse das infraestruturas que integram a rede básica de telecomunicações, bem como certos ativos afetos à Concessão, conforme contrato de compra e venda, com minutas aprovadas na Resolução do Conselho de Ministros n.º 147/2002, de 11 de Dezembro.

Ficou ainda estabelecido que, se a Concessão não fosse renovada em 2025, todos os bens e direitos afetos à mesma reverteriam gratuita e automaticamente para o

concedente (o Estado Português) (cf. artigo 42º do Decreto-Lei nº 40/95 de 15 de Fevereiro).

Em 27 de Dezembro de 2002, a PTC acordou com o Estado Português o pagamento antecipado das rendas futuras, conforme estabelecido nos termos do Contrato de Concessão, pelo valor de 365M€, em troca da propriedade da rede básica de telecomunicações e da não reversão dos seus ativos para o concedente (cf. PTC/PT/Canais/Investidores de 11 de Dezembro de 2002)

Por via desta operação, a PT gerou flexibilidades de gestão sobre a rede básica de telecomunicações, que poderá exercer apenas no final do Contrato de Concessão do serviço universal de telecomunicações, da prestação do serviço fixo de telex, do serviço fixo comutado de transmissão de dados, do serviço de difusão e de distribuição de sinal de telecomunicações de difusão e do serviço telegráfico, em vigor até 2025.<sup>1</sup>

### **Os Ativos**

A Rede Básica de Telecomunicações é composta pelo Sistema Fixo de Acesso de Assinante, pela Rede de Transmissão e pelos Nós de Concentração, Comutação ou Processamento, quando afetos à prestação do serviço fixo de telefone a que se refere o Serviço Universal de Telecomunicações.

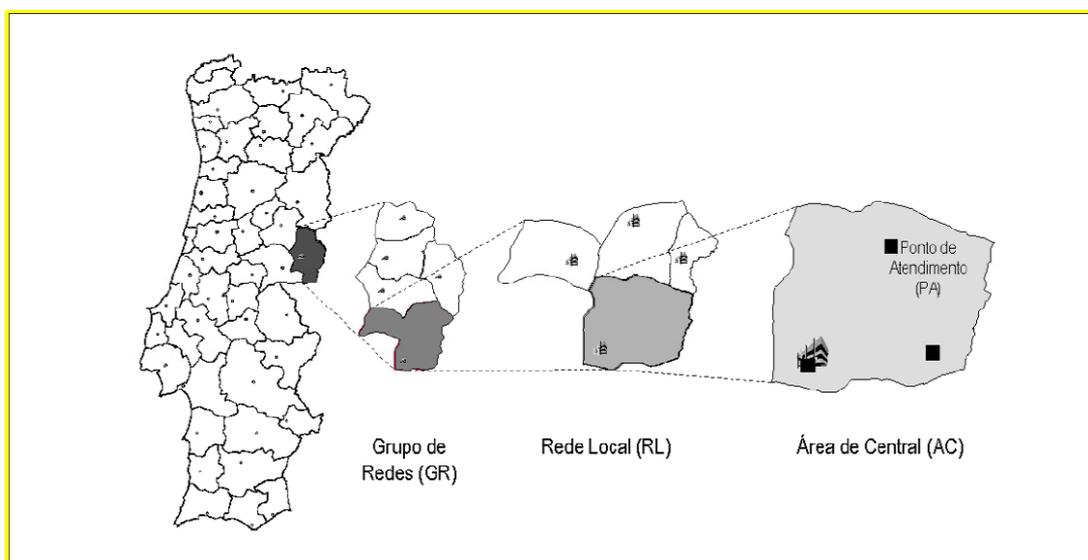
O Sistema Fixo de Acesso de Assinante é o conjunto dos meios de transmissão localizados entre um ponto fixo, ao nível da ligação física ao equipamento terminal de assinante e outro ponto, situado ao nível da ligação física no primeiro nó de concentração, comutação ou processamento; a Rede de Transmissão, o conjunto de meios físicos ou radielétricos que estabelecem as ligações para transporte de informação entre os nós de concentração, comutação ou processamento; os Nós de Concentração, Comutação ou Processamento são todo o dispositivo ou sistema que encaminhe ou processe a informação com origem ou destino no sistema de assinante (cf. Artigo 12º da Lei 91/97 de 1 de Agosto).

---

<sup>1</sup> O Contrato de Concessão viria a ser revogado antecipadamente e a PT viria a perder a concessão do serviço universal em concurso público no início de 2013 (cf. Resolução do Concelho de Ministros nº50/2012)

A estrutura da rede da PTC está organizada de forma hierárquica com base na seguinte organização de entidades (“*top-down*”):

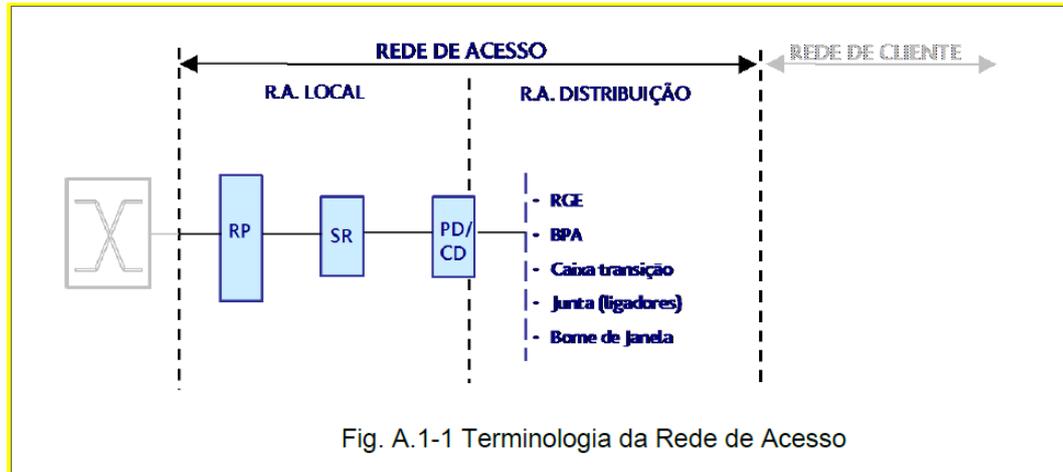
- Grupo de Redes (GR);
- Rede Local (RL);
- Área de Central (AC);
- Ponto de Atendimento (PA);
- Ponto de Instalação (PI).



**Gráfico 1: Estrutura da Rede da PTC**

Fonte: (PT Wholesale, 2012)

A Rede de Acesso, componente do Sistema Fixo de Acesso de Assinante, é constituída pela Rede de Acesso Local (entre a central e os Pontos de Distribuição (PD) e pela Rede de Distribuição (entre os PD e os clientes).



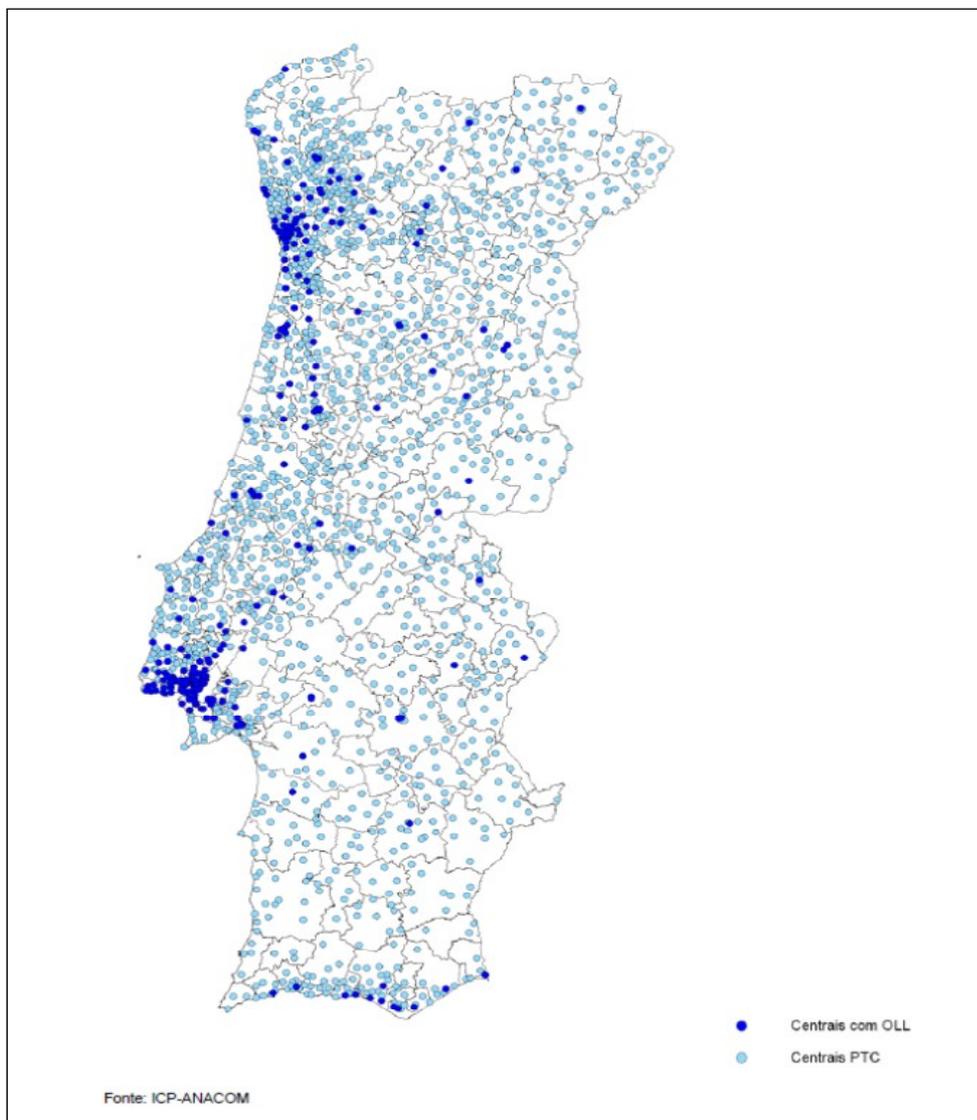
**Gráfico 2: Terminologia da Rede de Acesso**

Fonte: (PT Wholesale, 2012)

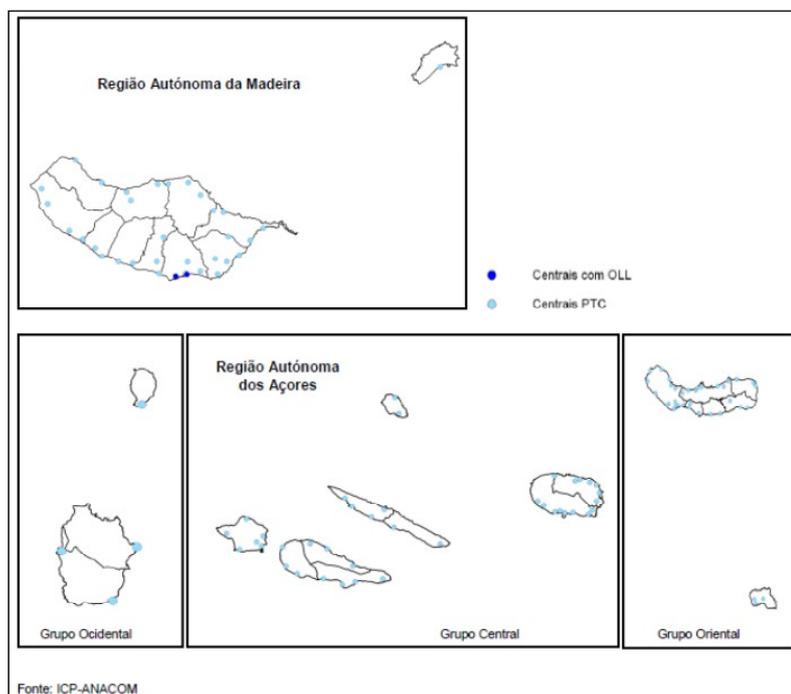
O Equipamento Básico afeto ao Acordo Modificativo do Contrato de Concessão, objeto de avaliação evidenciada nos vários Relatórios de Contas Consolidadas da Portugal Telecom, inclui essencialmente instalações e equipamento de rede, incluindo a rede de condutas, equipamento de comutação, equipamento terminal e cabos submarinos (cf. PT Wholesale, 2012).

### Disponibilidade geográfica

A Rede de Cobre (pares de fio de cobre) encontra-se disponível em todo o território continental e nas regiões autónomas. É o suporte tecnológico utilizado pela PTC que garante uma maior cobertura geográfica e populacional (referência ao ano 2010). A oferta grossista regulada, ORALL (Oferta de Referência Para Acesso ao Lacete Local), permite que outros operadores tenham acesso à rede telefónica pública num local fixo.



**Gráfico 3: Distribuição das centrais da PT e centrais da PT com lacetes locais desagregados (Portugal Continental) 4T 2010**



**Gráfico 4: Distribuição das centrais da PT e centrais da PT com lacetes locais desagregados (Regiões Autónomas) 4T 2010**

## 2.2 Opções Reais

Atribui-se ao professor Stewart C. Myers (1977), do Instituto de Tecnologia de Massachussets (MIT), o primeiro uso do termo “opções reais”.

Num sentido restrito, as opções reais são o resultado da aplicação das opções financeiras a ativos reais (não financeiros).

Uma opção financeira é um contrato que concede ao seu subscritor o direito, mas não a obrigação, de comprar ou vender uma determinada quantidade do ativo subjacente, por exemplo, ações ou *commodities*, por um determinado preço até ou numa determinada data. A opção real difere da financeira nas características do ativo subjacente, que neste caso é um ativo real, por exemplo, um projeto ou o capital próprio de uma empresa.

Todavia, os ativos reais possuem características significativamente diferentes dos ativos financeiros criando desafios adicionais na adequação da teoria financeira e dos modelos econométricos; para Amran & Kulatilaka (1999) a transposição das opções financeiras

para opções reais não se esgota nos aspetos técnicos, carecendo de uma mudança na forma de pensamento.

Por outro lado, a base conceptual subjacente na teoria das opções, fundamentada nos trabalhos de Black, Scholes e Merton (1973); Black (1976); e Cox, Ross, e Rubinstein (1979), enriquece o conjunto de ferramentas de valorização de ativos, permitindo modelar a flexibilidade e a incerteza. Esta característica é frequentemente apontada (Copeland e Keenan, 1998; Amran e Kulatilaka, 1999; e Mun, 2005) como uma mais-valia da aplicação desta metodologia, adicionando às metodologias tradicionais de valorização de ativos reais uma componente dinâmica mais descritiva da realidade dos mercados e da atuação da gestão,

Os modelos tradicionais assumem o investimento num projeto como uma ação estática e binária, ou se investe ou não se investe, mas a realidade não é bem assim, muitas vezes o gestor pode optar por adiar o investimento ou alterá-lo durante o seu curso adaptando-se à dinâmica da envolvente económica.

De acordo com a abordagem tradicional e amplamente difundida um ativo será tanto mais valioso quanto maiores e mais previsíveis forem os seus fluxos de caixa futuros, atualizados à taxa de risco, Damodaran (2002).

O valor atualizado do ativo é obtido em função desses fluxos de caixa atualizados, a partir da expressão:

$$VA = \sum_{t=1}^{t=n} \frac{FC_t}{(1+r)^t}$$

Em que  $VA$  representa o Valor Atualizado do Ativo;  $FC$  o Fluxo de Caixa gerado no período  $t$ ;  $r$  a Taxa de Risco que reflete o nível de risco associado ao fluxo de caixa gerado e  $n$  o Tempo de Vida do Ativo.

Um projeto seria aceite quando apresentasse um valor atualizado positivo, pressupondo; (i) que a oportunidade de investimento é única, ou seja, não é possível adiar o investimento; (ii) que não existe incerteza nos fluxos de caixa futuros, (são descontados

da taxa que reflete o grau de risco desses fluxos); e (iii) que o investimento é totalmente reversível. Desta forma, podem ser depreciados projetos que apresentam maiores flexibilidades nas operações ou investimento, ou ignoradas opções geradas como resultado da operação.

Por exemplo, os projetos de investigação e desenvolvimento (I&D) contêm uma série de opções baseadas na tecnologia ou na incerteza do mercado. A realização de um projeto de I&D dá à gestão o direito mas não a obrigação de comercializar o produto se e quando o resultado do projeto for favorável e as condições de mercado forem atrativas. O projeto analisado isoladamente pode ter um valor atualizado negativo, mas a opção de comercializar o produto é normalmente valiosa, adicionando valor suficiente para sustentar uma decisão de avançar com o projeto.

### **A Flexibilidade**

Ilustramos a forma como a flexibilidade é capturada pelas opções, no seguinte exemplo simplificado, adaptado de Copeland e Keenan (1998):

A empresa X pretende gastar 100M€ na construção de uma fábrica deparando-se com incerteza na procura futura do produto que pretende produzir. Caso não exista a possibilidade de investimentos futuros a decisão é binária, ou investe ou não investe.

Por outro lado a empresa X tem a possibilidade de produzir o produto em pequena escala agora por 10M€ e, após um ano, se considerasse ser uma boa oportunidade, investia 110M€ na construção da fábrica. Desta forma a empresa tem a opção mas não a obrigação de prosseguir com a construção da fábrica dentro de um ano, apenas se os resultados obtidos, as condições de mercado e a obtenção de nova informação forem favoráveis, portanto a empresa X possui uma opção de expandir.

Existe 50% de probabilidade de dentro de um ano, após investir 100M€ na fábrica, a procura aumentar significativamente e a empresa X passar a obter um fluxo de caixa líquido perpétuo atualizado a uma taxa de 10% de 150M€, por oposição à probabilidade de a procura ser reduzida e gerar apenas 10M€ de fluxo de caixa líquido atualizado.

A análise tradicional baseada no conceito do VAL, aponta para a média entre os dois valores  $(0,5 \times 150\text{M€} + 0,5 \times 10\text{M€}) = 80\text{M€}$ . Neste cenário, o projeto apresenta um valor atualizado negativo  $(VA = -100\text{M€} + 80\text{M€} = -20\text{M€})$  o qual determinaria o seu abandono.

No cenário alternativo, a empresa X decide comprar a opção de expandir por 10M€, relativa à implementação do produto em pequena escala e, no caso favorável, avançar para a construção da fábrica após um ano por 110M€, ou abandonar o projeto no caso desfavorável.

No caso favorável, obter-se-iam fluxos de caixa de 150M€, mas como o investimento só seria efetuado após um ano, atualizando à taxa de 10%, teríamos 135M€ de fluxo de caixa de entrada líquido e 100M€ líquidos relativo ao investimento, perfazendo 35M€ de fluxo de caixa líquido  $(135\text{M€} - 100\text{M€})$ .

No caso desfavorável a empresa X não construiria a fábrica e suspendia o projeto sem mais custos, excepto o custo de ter optado pela produção em pequena escala (opção de expandir) no valor de 10M€.

Usando esta visão, o valor atualizado global do projeto seria dado por  $VA = (0,5 \times 35\text{M€} + 0,5 \times 0) - 10\text{M€} = +7,5\text{M€}$ . A gestão deveria implementar o projeto e prosseguir com a produção em pequena escala.

### **A Incerteza e o Risco**

Incerteza e risco não têm o mesmo significado. Pode existir incerteza e não existir risco, apesar de em alguns casos os termos sejam usados intermutavelmente.

Para clarificarmos a diferença dos dois conceitos, adaptámos um exemplo de Mun (2010), o qual parte da suposição de que estaríamos, o leitor e eu, a bordo de um avião a dez mil pés de altitude, sendo nossa intenção fazer um salto de para-quedas, mas que teríamos apenas ao nosso dispor o para-quedas de recurso existente a bordo, com aspeto algo poeirento, e que eu daria ao leitor a primazia no seu uso. Teríamos ambos o mesmo nível de incerteza quanto ao correto funcionamento do para-quedas, mas o leitor assumiria a totalidade do risco. A incerteza só se dissiparia com a passagem do tempo,

eventos e ações, neste caso hipotético, quando se verificasse o correto funcionamento do para-quadras e o leitor chegasse são e salvo ao solo.

Como conclui Mun (2010), o risco é algo que suportamos, ou assumimos, e é a consequência dos efeitos da incerteza nos proveitos ou valor dos ativos. Se a variável sobre a qual incide a incerteza não se relacionar com os nossos ativos, então não configura qualquer risco.

A incerteza resolve-se com a passagem do tempo, eventos e ações, Mun (2010) categoriza-a em três níveis; o conhecido; o desconhecido; e o incompreensível.

Se possuímos um grau de conhecimento relativamente bom em relação ao futuro, ou seja, se estivermos certos de que esses eventos irão ocorrer, por exemplo, com base num clausulado de um contrato ou através de garantias, será de todo inútil uma abordagem por opções (valeriam zero).

O incompreensível, também não é possível modelar pelas opções, existe incerteza que se dissipa quando ocorre o evento, mas o risco mantém-se, pense-se, por exemplo, no caso dos tremores de terra.

A análise de opções é especialmente útil no que concerne ao desconhecido, quando a incerteza se vai revelando com a passagem do tempo, eventos e ações. Nestes casos os eventos podem ser modelados e simulados.

Numa abordagem tradicional, quanto maior for o grau de incerteza relativamente às variáveis que influenciam o valor futuro de um ativo tanto menor será o seu valor, este risco encontra-se refletido na taxa de atualização dos fluxos de caixa. Na perspectiva das opções a maior variabilidade (variância) do retorno futuro valoriza a opção capturando a incerteza associada.

Existe um conto da antiguidade, referido em Copeland T. (2001) considerado a primeira aplicação conhecida das opções reais que ilustra de forma intuitiva como o valor da opção se relaciona com a incerteza.

A história conta como Thales de Mileto, um conhecido sábio da época, conseguiu realizar uma importância significativa aproveitando a incerteza associada às colheitas de azeitona. Thales, prevendo uma colheita extraordinária nesse ano, conseguiu negociar antecipadamente com os proprietários dos lagares o direito de alugar as prensas por um determinado valor na data das colheitas. A colheita desse ano foi efetivamente extraordinária, levando Thales a exercer a sua opção, realizando uma soma considerável.

O lucro obtido numa opção é tanto maior quanto menor for o preço do ativo subjacente. Quando o preço do ativo subjacente ultrapassa o preço de exercício a opção deixa de ter valor.

Numa expectativa de gerar maiores lucros, quanto maior for a incerteza (variância) relativamente ao preço do ativo subjacente maior será o valor da opção.

A justificação desta pouco intuitiva propriedade advém das características das opções e está sustentada no facto do subscritor de uma opção nunca perder mais do que o valor da própria opção, independentemente da amplitude da diferença entre a cotação do ativo e o *strike*. Gráfico 5 ilustra a curva de lucro de uma *put*. Podemos observar que quando o valor do ativo subjacente ultrapassar o *strike* o subscritor não exercerá a opção de venda a esse preço, vendendo o ativo no mercado, por outro lado, quanto menor for a cotação do ativo, a opção gerará tanto mais lucro quanto a maior for a sua diferença para o *strike*.

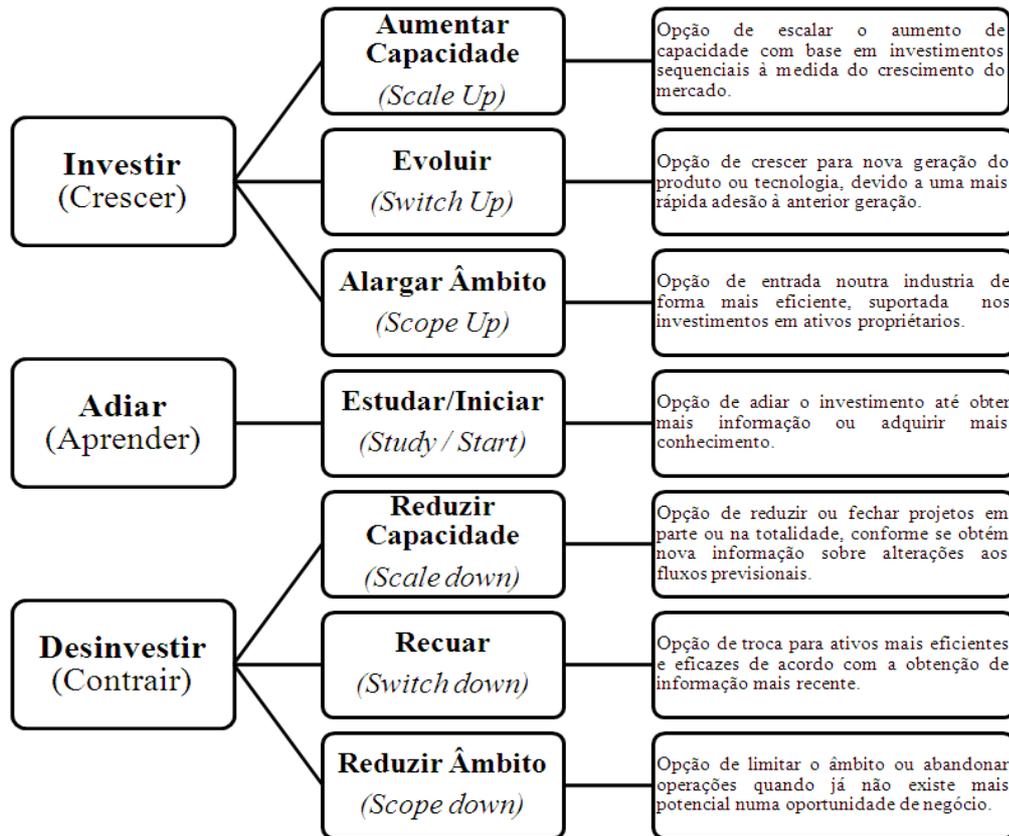
### **Gráfico 5: Curva do lucro de uma opção de venda**

Dixit e Pindyck (1994) apresentam um exemplo mais detalhado sobre esta característica das opções.

### **Tipificação das opções reais**

Além da opção de adiar ou expandir, existem outros tipos de opções reais.

Copeland e Keenan (1998) classificam-nas segundo sete características base. Os “sete esses” (7’s), (*Scale up, Switch up, Scope up, Study/Start, Scale down, Switch down, Scope down*).



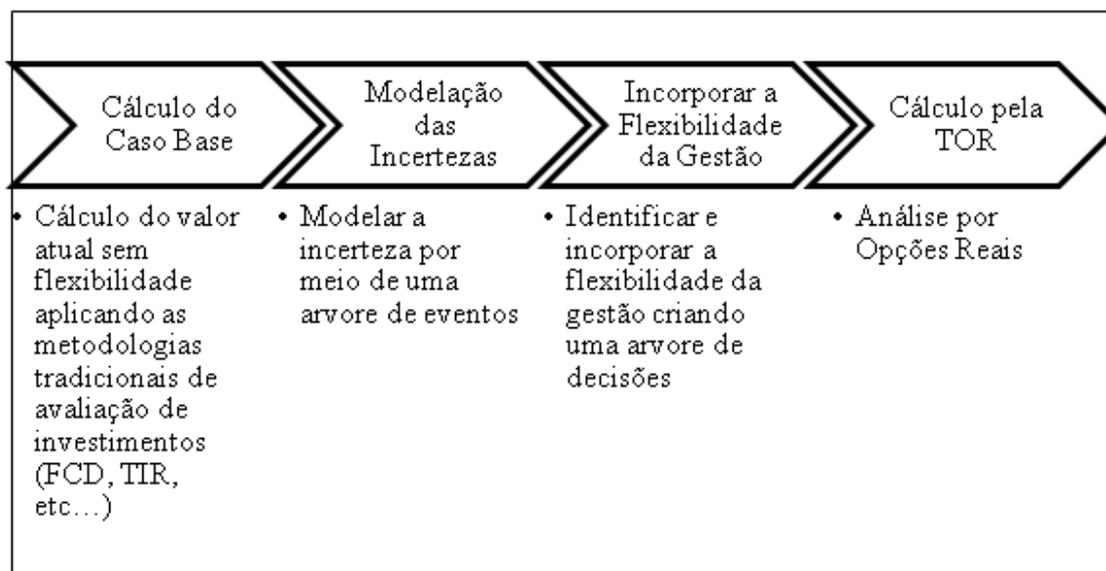
**Gráfico 6: Classificação das opções reais - os 7s de Copeland e Keenan (1998)**

### Os Modelos

Entre as principais modelos encontrados na literatura sobre esta matéria, destacam-se as propostas de Copeland e Antikarov, Mun, J. e Amran e Kulatilaka.

O modelo de Copeland e Antikarov consiste em quatro passos, sendo o primeiro, a aplicação dos métodos tradicionais de avaliação de investimento, como por exemplo os baseados nos conceitos do Valor Atualizado Líquido (VAL) ou da Taxa Interna de Retorno (TIR).

Nos passos seguintes são modeladas as variáveis que influenciam o ativo e são fontes de incerteza, as quais serão entradas para aplicação da AOR.



**Gráfico 7: Modelo de Copeland e Antikarov**

Mun, J. desenvolveu um modelo de análise que designou por IRM (*Integrated Risk Management*), baseado em implementações práticas em várias indústrias, é composto por oito passos (sendo o passo 7 opcional).

1. Triagem Qualitativa da Gestão (*Identificação do Risco*)

Nesta fase são identificados os projetos viáveis para análise de acordo com a missão, visão, objetivos e estratégia global da organização.

2. Séries temporais, Regressão, Previsão estocástica e econométrica (*Previsão do Risco*)

Uma previsão do futuro é feita utilizando a ferramenta mais adequada à disponibilidade dos dados.

3. Análise Tradicional baseada no conceito do VAL (*Modelação do Risco*)

Para cada projeto selecionado é criado um modelo tradicional dos fluxos de caixa previsionais atualizados que servirá como base ao cálculo do valor atualizado (VA).

4. Simulação Monte Carlo (*Análise do Risco*)

Devido ao carácter estático do modelo tradicional que produz um resultado para um único ponto temporal e habitualmente de baixa confiança, na medida em que eventos futuros que afetam os fluxos de caixa são significativamente incertos, são criadas simulações Monte Carlo que podem ser modeladas de acordo com a incerteza ou determinismo associado às variáveis que afetam o valor do projeto e produzirão uma distribuição probabilística dos valores produzidos para o VA.

5. Enquadramento do Problema em Opções Reais (*Mitigar o Risco*)

Os projetos selecionados terão especificidades e opções associadas, tais como, a opção de contrair, expandir ou abandonar entre outras, que serão identificadas e selecionadas nesta fase para posterior análise. A introdução da análise por opções reais permitirá compensar os riscos negativos e tirar partido das variações positivas.

6. Modelação e Análise por Opções Reais (*Compensar o Risco*)

A análise por opções reais obterá o valor estratégico das opções associadas aos projetos. As suas entradas serão obtidas dos passos anteriores, em particular a volatilidade dos fluxos de caixa previsionais.

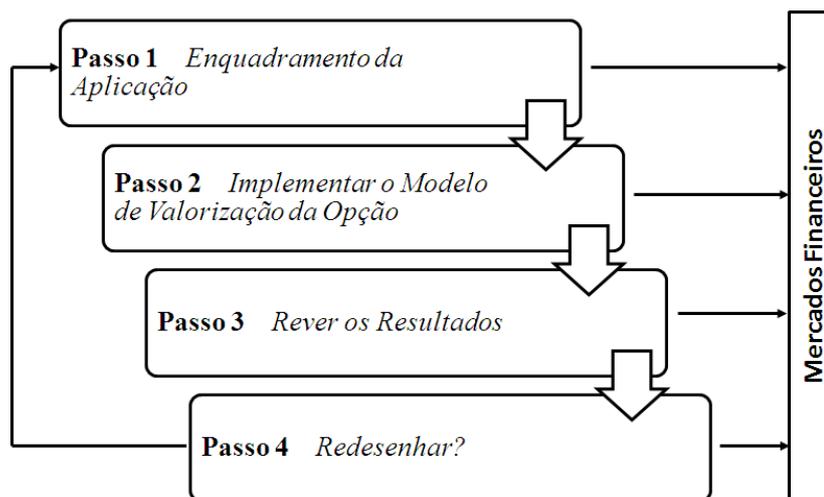
7. Otimização de Recursos e Portefólio (opcional) (*Diversificar o Risco*)

Este passo é opcional e aplica-se nos casos em que a análise se foca num portefólio de projetos, havendo interesse em obter uma visão integrada visando a otimização de recursos.

8. Relatórios e Atualização da Análise (*Gerir o Risco*)

Os relatórios, a fase final da análise, pretendendo-se clarificar todos os passos de forma concisa e precisa. Esta análise assume que o futuro é incerto e a gestão tem a possibilidade de efetuar correções à medida que a incerteza se vai revelando e conhecendo os riscos, dando lugar a uma atualização da análise incorporando decisões ou revisitando algumas assunções iniciais.

Amran e Kulatilaka propõem em modelo composto por quatro etapas, o qual garante, segundo os autores, a construção de uma “visão estilo opções reais”, mantendo o foco correto à medida que a aplicação é desenvolvida.



**Gráfico 8: Modelo de Amram e Kulatilaka**

Para Amran e Kulatilaka, o enquadramento da aplicação na AOR assume um papel importante no processo metodológico, deve manter o foco nos objetivos relevantes, ser suficientemente representativo da realidade, mantendo uma componente intuitiva.

À semelhança do modelo proposto por Mun, J., está evidenciada a iteratividade e a revisão frequente dos pressupostos do modelo.

### **Valorização de opções reais**

Trigeorgis, et.al. (2010) distinguem três estágios no desenvolvimento dos modelos de valorização de ativos:

- 1) Os modelos estáticos (e.g. baseados nos conceitos de VAL e TIR), nos quais um projeto de investimento é completamente descrito pelos seus fluxos de caixa previsionais, não incluem a flexibilidade.
- 2) Os modelos dinâmicos, que permitem uma gestão ativa em resposta à incerteza exógena. Esta aproximação está embebida nas análises por árvore de decisão, programação dinâmica e na análise de opções reais (AOR).

- 3) Os modelos opções-jogos, permitem às empresas uma tomada de decisão apoiada não só na resolução das incertezas exógenas como também nas ações e reações de partes terceiras (e.g. competidores). Os fluxos de caixa futuros são entendidos como um proveito ou pagamento num jogo envolvendo múltiplos fatores decisórios de múltipla natureza

Este trabalho focar-se-á nos modelos de valorização dinâmicos em particular na análise de opções reais.

A valorização de opções reais é um tema vastamente debatido e analisado pela comunidade académica, nomeadamente a valorização de opções americanas. O facto de existir a possibilidade de exercício da opção antes da maturidade, um conceito relativamente simples de entender, torna o processo de cálculo em algo muito mais complexo.

As opções europeias apenas permitem o exercício na maturidade, pelo que são consideravelmente mais fáceis de calcular Ferreira (2005).

Os modelos de valorização de opções reais mais comuns são; o modelo de Black e Scholes, baseado nos trabalhos de Black e Scholes (1973), Merton (1973) e Black (1976), e o modelo binomial, fundamentado nos trabalhos de Ross, Cox, e Rubinstein (1979).

O **modelo de Black e Scholes** pode ser considerado o ponto de partida da temática de valorização de opções. Baseado no conceito de cobertura dinâmica de uma carteira, composta por ativos e meios líquidos, pode ser usado para calcular opções de compra e de venda europeias (*call* e *put*), quando o ativo subjacente não distribui dividendos.

Em contexto específico poderá ser aplicado ao cálculo de opções de compra americanas (*call* americana), concretamente nos caso em que o ativo subjacente não distribui dividendos. Neste caso particular não existe vantagem no exercício antecipado da opção, igualando-a, em valor, a uma *call* europeia.

A aplicação do modelo de Black e Scholes consiste basicamente na aplicação das seguintes expressões:

Para uma *call* por Black e Scholes

$$C(S, X, T) = S \times N(d_1) - X \times e^{-r \times T} \times N(d_2)$$

E para uma *put* por Black e Scholes

$$P(S, X, T) = X \times e^{-r \times T} \times N(-d_2) - S \times N(-d_1)$$

$N(x)$  = uma distribuição normal cumulativa, com média 0 e desvio-padrão 1

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S}{X}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right) \times T}{\sigma \times \sqrt{T}} \quad \text{e} \quad d_2 = d_1 - \sigma \times \sqrt{T}$$

com  $C$  o prémio da *call*;  $P$  o prémio da *put*;  $S$  a cotação atual do ativo;  $X$  o preço de exercício;  $T$  o tempo de vida da opção (traduzido pela sua fração anual) e  $\sigma$  a volatilidade.

No caso do ativo subjacente pagar dividendos a formula deverá ser adaptada. Para o caso de dividendos pagos de forma discreta, o metodo de cálculo consiste em deduzir ao o valor do dividendo atualizado ao valor do ativo e recalculer a opção usando as expressões base do modelo. O novo  $S^{ajust}$  será dado por  $S^{ajust} = S_0 - div \times e^{-r \times td}$  em que  $td$  é o tempo até à distribuição dos dividendos e  $S_0$  a cotação atual.

Para casos em que o pagamento de dividendos é contínuo, Robert C. Merton (1973) apresentou um novo processo de calculo, por exemplo, uma *put* europeia com dividendos contínuos de rendimento constante seria calculada pela expressão:

$$P(S, X, T) = X \times e^{-r \times T} \times N(-d_2) - e^{-d \times T} \times S \times N(-d_1)$$

Com  $d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S}{X}\right) + \left(r - d + \frac{\sigma^2}{2}\right) \times T}{\sigma \times \sqrt{T}}$  onde  $d$  representa o dividendo.

Para uma aplicação bem-sucedida do modelo de Black e Scholes às opções reais é necessário garantir que (i) a opção apenas poderá ser exercida na maturidade, i.e. uma opção europeia; (ii) o preço do ativo subjacente evolui de acordo com um processo estocástico que segue um movimento geométrico browniano; (iii) a volatilidade dos

preços do ativo mantém-se constante ao longo do período da opção; (iv) a taxa de juro sem risco é constante ao longo do período da opção.

O **modelo binomial** consiste no cálculo aproximado do valor da opção baseado numa árvore de decisão binomial. Ross, Cox, e Rubinstein (1979) basearam-se no conceito de portefólio com cobertura e concluíram que o ajuste dinâmico entre as posições assumidas sobre o ativo e opções torna o portefólio isento ao risco.

A aplicação do modelo binomial desenvolve-se em duas fases; (i) cálculo dos valores possíveis de evolução do preço do ativo segundo um processo binomial discreto no tempo; (ii) calcular o valor presente dos valores futuros, recuando até momento de referência do cálculo, avaliando em cada nó as oportunidades de exercício antecipado.

Resumidamente a técnica decompõe-se numa primeira fase, em que o período de tempo até à maturidade é subdividido em intervalos discretos, de forma semelhante a uma árvore de eventos. Em cada nó, a cotação do ativo subjacente ( $S$ ) só pode variar para dois pontos, ou regista uma subida do fator  $u$  para  $S_u$  ou uma descida do fator  $d$  para  $S_d$  com probabilidades  $p$  e  $q = 1-p$ , respetivamente.

No ponto do tempo seguinte a cotação do ativo, pode evoluir de  $S_u$  e  $S_d$  para os pontos:  $S_{u^2}$ ;  $S_{ud}$  e  $S_{d^2}$ , e assim sucessivamente até à maturidade.

Aplicando o conceito do portefólio isento ao risco o retorno esperado para o ativo será a taxa de juro sem risco, dado pela expressão:

$$\frac{p \times S_u + (1 - p)S_d}{S} = e^r$$

A probabilidade  $p$  “pesa” os valores possíveis da subida e descida de  $S$  com o objetivo de igualar o retorno esperado à taxa de juro sem risco ( $r$ ).

A variância, conforme observado nas distribuições normais, é obtida pela expressão:

$$p \times u^2 + (1 - p) \times d^2 - [p \times u + (1 - p) \times d]^2 = \sigma^2$$

Considerando que os fatores de subida e de descida são simétricos,  $u = 1/d$ ; a solução das expressões anteriores seria dada pelas expressões:

$$u = e^{\sigma} ; d = e^{-\sigma} ; p = \frac{(e^r - d)}{(u - d)}$$

O modelo binomial é bastante flexível e pode ser aplicado ao cálculo de opções europeias ou americanas. Permite igualmente calcular o valor das opções nos casos em que se considera a volatilidade variável ao longo do período da opção.

Outro aspeto relevante neste modelo é o seu aspeto gráfico, semelhante a uma árvore de eventos, transmitindo o conceito das opções reais de forma transparente e intuitiva.

### **Opções do tipo americano**

Como vimos anteriormente, o valor das opções de compra americanas que não distribuem dividendos é similar a uma opção europeia, não havendo vantagem no exercício antecipado. Este facto deve-se fundamentalmente; (i) à posse da opção constituir um fator de cobertura do risco na queda de valor do ativo subjacente; e (ii) pelo facto de pagar o preço de exercício antecipadamente ser desvantajoso devido ao valor temporal do dinheiro.

No caso das opções de compra com distribuição de dividendos e nas opções de venda do tipo americano, poderá existir vantagem no exercício antecipado. A sua valorização exige instrumentos de cálculo mais sofisticados, e por isso encontra-se exposta a uma maior margem de erro.

De acordo com o trabalho de Zhu, Song-Ping (2007) existem vários modelos de cálculo para aquele tipo de opções:

- Modelos baseados na resolução da equação diferencial parcial (EDP)

Nesta categoria inclui-se o Método das Diferenças Finitas (MDF), baseada nos trabalhos de Schwartz (1965) e Breennan e Schwartz (1978). É uma metodologia muito popular e eficiente, em particular quando complementada com o esquema de Crank-Nicolson.

- Modelos baseados na noção de neutralidade ao risco

Nesta categoria encontram-se as propostas de Longstaff e Schwartz (2001) e as baseadas no modelo binomial de Ross, Cox, e Rubinstein (1979)

- Modelos baseados na resolução de equações integrais

Estes modelos baseiam-se no conhecimento no domínio da matemática aplicada, em que uma equação diferencial pode ser convertida numa equação integral e a solução obtida resolvendo a equação integral irá satisfazer a equação diferencial de origem. Esta transformação nem sempre conduz a formas mais fáceis de resolver a equação inicial.

- Modelos baseados na aproximação analítica

Este tipo de modelos, têm como objetivo principal simplificar o esforço computacional do cálculo. São conhecidos alguns erros, mas desde que estejam controlados, por exemplo, por sistematicamente subavaliar ou sobreavaliar o preço ótimo de exercício, podem ser usados na medida em que simplificam significativamente os cálculos.

Entre as metodologias mais conhecidas estão as propostas de Geske e Johnson (1984), Barone-Adesi e Whaley (1987), e Broadie e Glasserman (1997)

- Modelos baseados na solução analítica

Baseados nas propostas de Zhu, Song-Ping (2006) que apresentam uma solução para opções de venda americanas similar à fórmula fechada de Black e Scholes.

No caso particular das opções de venda americanas, a probabilidade de exercício antecipado é sempre positiva, sendo condição essencial de exercício que a opção se encontre *deep-in-the-money*, ou seja, a diferença entre o *strike* e a cotação do ativo é muito significativa ( $(K-S) \gg 0$ ).

O conjunto de pontos limite entre a decisão ótima de manter ou exercer a opção representa a fronteira ótima de exercício, também conhecida como curva de gatilho e é parte integrante do processo de valorização.

A curva de gatilho determina uma tomada de decisão estratégica de manter a opção ou exercer no caso do preço do ativo subjacente “cair” abaixo da curva, representando uma situação em que o valor intrínseco da opção ( $K-S$ ) é superior ao valor atualizado estimado dos lucros futuros.

Uma vez determinada a fronteira ótima de exercício pode se estabelecida uma estratégia de decisão baseada na determinação do tempo  $t$  onde o preço do ativo subjacente fica pela primeira vez abaixo da curva de gatilho.

### **Algumas aplicações da AOR**

Stille e Lemme (2009) licitação de uma licença 3G no Brasil. Evidenciando a diferença entre os elevados valores pagos pelas licenças não totalmente explicados com pelos métodos tradicionais. A tecnologia 3G tem um grande potencial de receita mas um grande conjunto de incertezas decorrentes do crescimento económico, das preferências dos clientes e concorrência do mercado. Usaram a metodologia de Copeland e Antikarov, modelando o valor atualizado de forma tradicional, calculando o valor das flexibilidades pela AOR com base no método binomial e programação dinâmica.

Saito, Júnior, e Oliveira (2010) aplicam a AOR na avaliação de um projeto de inovação tecnológica, onde os dados utilizados foram hipotéticos. Foi usada a AOR como complemento ao cálculo do valor atualizado do projeto. Foi aplicada a metodologia de Copeland e Antikarov e o modelo binomial de precificação.

Cardoso (2007) aplica o modelo de Dixit e Pindyck para determinar fronteiras de preço de entrada e saída na lavoura de café no Brasil. O modelo calcula os preços de gatilho para investir e para abandonar a produção de café em função do comportamento dos preços e dos custos de início de produção, manutenção e abandono.

Brandão, Teixeira, e Gomes (2010) analisam qual o valor máximo que uma empresa pode oferecer num leilão de frequências WiMAX no Brasil, comparando a análise

tradicional dos fluxos de caixa atualizados (FCA) com a metodologia de análise de opções reais. Foi usado o modelo binomial de Cox, Ross e Rubinstein e concluíram que a AOR acrescenta cerca de 58% de valor ao projeto, referente às opções existentes não capturadas pela metodologia do FCA.

Brandão C. (2006) avalia uma aquisição de empresa de telecomunicações no Brasil (A aquisição da Pegasus Telecom pela Telmar) à luz da análise de opções reais, baseando o estudo no facto de na altura em que ocorreu a operação a avaliação da Pegasus foi efetuada usando a metodologia tradicional subestimando o valor da companhia. Usando a metodologia proposta por Copeland e Antikarov e o modelo binomial para cálculo da opção, comprovaram o valor adicional da operação considerando as flexibilidades geradas para a Telmar.

Rocha K. M. (2006) apresenta três ensaios onde a abordagem pela AOR se evidencia. O primeiro ensaio propõe um mark-up sobre o custo médio ponderado do capital (WACC) aplicado aos novos contratos de concessão, levando em conta a opção de acesso disponibilizada pelo incumbente aos entrantes. A aplicação da AOR reflete os saltos tecnológicos do setor e determinou um acréscimo de 1% ao WACC dos contratos de concessão. O segundo ensaio analisa estratégias de investimentos no mercado imobiliário, setor de baixa liquidez e lento pay-back, rodeado de diversas incertezas económicas relacionadas com a procura. A aplicação da AOR está incluída numa série de opções de aquisição, adiamento e abandono do projeto de investimento. O terceiro ensaio recai sobre risco soberano e propõe um modelo estrutural a partir da análise de opções reais e ativos contingentes para analisar a estrutura a termo de quatro países emergentes (Brasil, México, Rússia e Turquia).

Rocha A. B. (2008) encontra ineficiências na aplicação da análise de opções reais. Analisa um caso de duopólio, sujeito a incertezas. Calcula os proveitos gerados para uma das empresas aplicando as metodologias tradicionais, análise de opções reais e opções reais exclusivas (opções-jogos). Na modelação das opções comuns usou o modelo de binomial. Conclui que no contexto mais aderente à realidade, modelado pelas opções-jogos, numa situação de dilema do prisioneiro a aplicação da metodologia

de análise de opções reais para o cálculo dos proveitos da empresa em estudo é mais ineficiente que os métodos tradicionais.

Kuronuma (2006) aplica a análise de opções reais na avaliação de duas empresas do setor das telecomunicações usando o modelo de Black e Scholes. Comparando os valores obtidos pela AOR com os valores de negociação dessas empresas, conclui que apesar das empresas apresentarem um património líquido negativo, o seu valor para aquisição é positivo.

### 3 Caso de Estudo

Em 2002 a PT e o Estado Português, acordaram a compra e venda dos ativos constituintes da rede básica de telecomunicações tendo como contrapartida o pagamento antecipado das rendas futuras a favor do Estado no valor de 365M€ (cf. PTSite/PT/Canais/Investidores, 2002), mantendo a PT a concessão do serviço universal até 2025.

O valor transacionado neste negócio, envolto em alguma polémica (cf. Jornal i, 2009), teve como base de cálculo as metodologias tradicionais de avaliação de ativos, geralmente sustentadas nos fluxos de caixa atualizados, as quais, tendencialmente, subavaliam os ativos devido a imperfeições que limitam a sua capacidade de modelar as incertezas.

Um dos méritos amplamente reconhecidos da análise de opções reais (AOR) é precisamente a capacidade de modelar a incerteza dos acontecimentos futuros, valorizando ganhos e desvalorizando perdas.

Neste contexto, propomo-nos valorizar a incerteza e a flexibilidade da gestão por venda antecipada dos ativos modelando-as pela AOR, recorrendo a dois cenários hipotéticos:

- **Cenário1** - Sem flexibilidade de venda antecipada. A PT apenas poderá transacionar os ativos no final do contrato de concessão em 2025 por um valor previamente estipulado.
- **Cenário2** - Com flexibilidade de venda antecipada. A PT pode transacionar os ativos em qualquer momento, por um valor previamente estipulado, até ao final do contrato de concessão (2025), momento em que expira a oferta.

#### 3.1 Modelação

Foram anteriormente identificados os principais modelos para aplicação da AOR, que se baseiam nos trabalhos de Mun, J., Copeland e Antikarov e Amran e Kulatilaka. Neste trabalho, adaptámos a proposta de Amran e Kulatilaka (1999) às especificidades do caso de estudo.

O modelo adaptado é constituído por três passos fundamentais:

1. Enquadramento da aplicação

- Identificação e modelação da (s) fonte (s) de incerteza

Nesta fase seleciona-se o modelo de valorização a considerar no passo 2, que depende do tipo de opção real que modela a fonte de incerteza e é principalmente influenciado pelas características da aplicação.

2. Implementar o modelo de valorização da incerteza

- Identificar as entradas necessárias para a metodologia de cálculo
- Calcular a opção modelada

3. Análise e revisão dos resultados

- Espaço estratégico

O modelo de valorização da incerteza (passo 2) depende do tipo de opção real e é principalmente influenciado pelas características da aplicação.

Selecionámos os seguintes modelos de valorização da incerteza e da flexibilidade de venda antecipada nos cenários hipotéticos anteriormente descritos:

Para o **cenário 1**, em que a PT apenas poderá transacionar os ativos em 2025, utilizámos a seguinte metodologia baseada no modelo de Black e Scholes, para sua valorização:

1. As entradas da metodologia de cálculo (Black e Scholes) são usadas para estimar os parâmetros  $d_1$  e  $d_2$ .
2. São estimadas as funções cumulativas de distribuição normal,  $N(d_1)$  e  $N(d_2)$ , correspondentes a estas variáveis normais padronizados ( $d_1$  e  $d_2$ ).
3. O valor presente do preço de exercício (*strike*) é estimado, usando a versão da formulação do valor presente em tempo contínuo:  $X \times e^{-r \times T}$
4. O valor da incerteza é estimado a partir da seguinte expressão de cálculo:

$$P(S, X, T) = X \times e^{-r \times T} \times N(-d_2) - S \times N(-d_1)$$

$N(x)$  é uma distribuição normal cumulativa, com média 0 e desvio-padrão 1

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S}{X}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right) \times T}{\sigma \times \sqrt{T}} \quad \text{e} \quad d_2 = d_1 - \sigma \times \sqrt{T}$$

$P$  é o prémio da *put*;  $S$  a cotação atual do ativo;  $X$  o preço de exercício;  $T$  o tempo de vida da opção (traduzido pela sua fração anual) e  $\sigma$  a volatilidade.

Na escolha do método de cálculo, tomámos em consideração as seguintes linhas orientadoras propostas por Amran e Kulatilaka (1999):

- Usar, sempre que disponível, uma solução analítica. As soluções analíticas são o método mais simples e rápido de obter o valor de uma opção. Todavia, nos casos das opções reais, as características intrínsecas da aplicação impossibilitam a sua utilização e.g. varias fontes de incerteza ou decisões sequenciais.
- Escolher o método de cálculo mais simples, transparente e que tenha a possibilidade de reutilização de código.

O **cenário 2**, em que a PT poderá transacionar os ativos em qualquer altura até 2025, usámos o modelo binomial de Ross, Cox e Rubinstein e o modelo das diferenças finitas (MDF), proposta por Schwartz (1965) e Breennan e Schwartz (1978).

O modelo binomial já foi anteriormente descrito.

O MDF é basicamente uma extensão do modelo de Black e Scholes, e é constituído pelos seguintes passos:

- Discretização no domínio  $t \times S$  (tempo e cotação do ativo) num número limitado de pontos dando origem a uma matriz;
- Calcula-se o preço do ativo em cada ponto partindo do final (na maturidade) e recursivamente até ao tempo inicial ( $t = 0$ ), usando o esquema de Crank-Nicolson.

Podem ser consultados os trabalhos de Fernandes (2009) e Sukha (2001) para melhores detalhes relativamente à matemática subjacente.

A implementação deste método neste trabalho foi conseguida com recurso à aplicação Matlab® e com o código desenvolvido por Kim, Puztaszeri, e Li (2013).

### **3.1.1 Pressupostos do modelo de Black e Scholes**

O modelo de Black e Scholes atrás descrito assume um conjunto de pressupostos que descrevemos e contextualizamos no caso de estudo.

#### **A opção apenas poderá ser exercida na maturidade**

Este pressuposto condiciona a aplicação do modelo de valorização de Black e Scholes aplicável apenas a opções do tipo europeia.

No nosso caso de estudo, pretendemos modelar a incerteza num horizonte temporal de 13 anos. O Contrato de Concessão não permite que a PT transacione os bens antes do seu final, em 2025.

Desta forma, podemos modelar o caso de estudo por uma opção europeia com maturidade 13 anos, cumprindo o pressuposto do modelo.

#### **A volatilidade é constante durante o período de análise**

Outro dos pressupostos do modelo Black e Scholes é que a volatilidade se mantém constante ao longo de todo o período da análise.

Todavia, de acordo com estudos empíricos, referidos em Ferreira (2005), Mun, J. (2008) e Kulatilaka (1999), demonstra-se que a volatilidade pode variar ao longo do tempo de forma determinística ou estocástica.

Por outro lado, e ainda de acordo com Amran e Kulatilaka (1999), num contexto de opções reais, a volatilidade pode ser considerada constante ao longo do período de análise. Os mesmos autores referem que, em certos casos, a complexidade adicionada por se considerar a volatilidade variável pode introduzir erros na valorização das opções e produzir um efeito contrário ao pretendido.

Assumiremos o cumprimento deste pressuposto do modelo e consideraremos a volatilidade invariável durante todo o período da análise (13 anos).

**O preço do ativo subjacente evolui de acordo com um processo estocástico que segue um movimento geométrico browniano**

O modelo Black e Scholes assume que a evolução da cotação do ativo subjacente segue um Movimento Geométrico Browniano (MGB).

Os principais processos estocásticos incluem o Movimento Geométrico Browniano, Reversão à Média ou Difusão com Salto de acordo com Mun (2005).

Um MGB é um processo estocástico de *Markov-Wiener* com a seguinte expressão geral:

$$dS = \mu S dt + \sigma S dZ$$

Sendo  $dZ = \varepsilon \sqrt{dt}$  e  $dZ$  um processo de *Weiner*,  $\mu$  a taxa de crescimento (*drift*) e  $\sigma$  a medida da volatilidade.

Mun, J. refere que os processos de reversão à média podem ser usados para reduzir as flutuações do processo de caminho aleatório permitindo que o caminho tenha por meta um valor de longo prazo (e.g. taxas de juro ou a inflação). O processo de difusão com salto é útil quando a variável pode, ocasionalmente, apresentar saltos aleatórios, como os preços do petróleo ou da eletricidade, sujeitos a choques de eventos exógenos que podem provocar subidas ou descidas abruptas nos preços.

De acordo com a PT, as avaliações efetuadas aos bens objeto deste estudo, já incorporam fatores de incerteza e aleatoriedade que podem ser modelados por um MGB, nomeadamente, os preços de mercado obtidos a partir de transações recentes, os preços correntes dos materiais e custos de construção.

Com base no exposto assumimos que a evolução da cotação do ativo subjacente segue um Movimento Geométrico Browniano (MGB) cumprindo o pressuposto do modelo de valorização proposto.

### **A taxa de juro sem risco é constante ao longo do período da opção**

O modelo BS assume que não existem variações da taxa de juro sem risco durante o período da opção.

Todavia, a taxa de juro sem risco pode variar estocasticamente, conforme referido em Ferreira (2005). No entanto pode ser garantida a sua invariabilidade usando a taxa das Obrigações do Tesouro a 10 anos, sendo este procedimento, prática comum nos cálculos das opções reais.

### **O ativo subjacente não paga dividendos**

O modelo BS básico pressupõe que o ativo não paga dividendos durante o período da opção.

Assumiremos o cumprimento deste pressuposto, não existe distribuição de dividendos pelos ativos constituintes da “rede básica”.

Fazemos nota que, a existência de pagamento de dividendos desvaloriza as opções de compra e valoriza as opções de venda. Nestes casos, o modelo de Black e Scholes teria de ser adaptado ou mesmo substituído, de acordo com a tipificação dos pagamentos dos dividendos (continuo ou discreto).

## **3.2 Enquadramento da aplicação**

As principais incertezas influenciadoras do valor do ativo, nomeadamente; os preços de mercado, os preços correntes dos materiais, os custos de construção e eventuais alterações tecnológicas, encontram-se refletidas nas avaliações dos ativos, de acordo com a Portugal Telecom, Relatório de Contas Consolidadas 2011.

Desta forma, as avaliações efetuadas pela Portugal Telecom (PT) aos bens afetos Acordo Modificativo do Contrato de Concessão, já incorporam o risco privado e o risco de mercado e são, neste caso de estudo, a fonte de incerteza agregadora de todas as incertezas que afetam o preço do ativo.

O Contrato de Concessão do serviço universal estabelecido entre a PT e o Estado Português termina em 2025.

No **cenário 1**, assumimos que PT poderá transacionar os bens afetos à rede básica, por um valor previamente acordado, apenas no final do período da concessão. A modelação da incerteza, com base na AOR, será feita por uma opção de venda europeia, com maturidade de 13 anos, tendo como ativo subjacente a avaliação dos ativos da rede básica.

No **cenário 2**, a PT poderá transacionar os bens afetos à rede básica, por um valor previamente acordado, em qualquer altura até final do período de concessão (2025), momento em que expira a oferta. Neste caso a incerteza será modelada por uma opção de venda do tipo americano. Determinaremos o espaço estratégico de tomada de decisão, com base na curva de gatilho que representa o limite a partir do qual o exercício da opção de venda é vantajoso face ao valor estimado dos rendimentos futuros.

### **3.3 Entradas dos modelos de valorização da incerteza**

Para aplicarmos os modelos propostos de valorização da incerteza necessitamos de identificar os seguintes parâmetros:

- A cotação atual do ativo subjacente
- A volatilidade das cotações do ativo subjacente
- O período sobre o qual incide a análise da incerteza (maturidade)
- A cotação do ativo subjacente no final do período de análise.
- A taxa de juro sem risco

#### **Cotação atual do ativo subjacente**

O ativo subjacente, neste caso de estudo, é constituído pelos bens afetos ao Acordo Modificativo do Contrato de Concessão, componentes da "Rede Básica" que incluem a rede de cobre, a rede de condutas, cabos submarinos, instalações e equipamento de comutação.

Consideraremos para o preço atual do ativo subjacente, o valor da avaliação efetuada pela PT aos bens referidos anteriormente no ano de 2011.

A Tabela 1 agrega as avaliações feitas pela PT destes bens entre os anos 2002 e 2011.

**Tabela 1: Avaliações dos ativos afetos à Concessão (PT)**

Histórico das Avaliações dos bens afetos ao Acordo Modificativo do Contrato de Concessão			
Ano	Fonte	Método de Avaliação	Valor*
2002	Relatório e Contas Consolidadas da Portugal Telecom 2002 Nota 27 (pág. 136)	Custo	1.858.098.368 €
2003	Relatório e Contas Consolidadas da Portugal Telecom 2003 Nota 27 (pág. 121)	Custo	1.670.948.852 €
2004	Relatório e Contas Consolidadas da Portugal Telecom 2004 Nota 27 (pág. 112)	Custo	1.512.332.776 €
2005	Relatório e Contas Consolidadas da Portugal Telecom 2005 Nota 33 (pág. 123)	Custo	1.389.094.634 €
2006	Relatório e Contas Consolidadas da Portugal Telecom 2007 Nota 33 (pág. 119)	Custo	1.239.689.172 €
2007	Relatório e Contas Consolidadas da Portugal Telecom 2007 Nota 34 (pág. 120)	Custo	1.103.300.380 €
2008	Relatório e Contas Consolidadas da Portugal Telecom 2008 Nota 34 (pág. 150)	Reavaliação	1.043.259.095 €
2009	Relatório e Contas Consolidadas da Portugal Telecom 2009 Nota 33 (pág. 166)	Reavaliação	2.066.000.000 €
2010	Relatório e Contas Consolidadas da Portugal Telecom 2010 Nota 34 (pág. 179)	Reavaliação	1.253.000.000 €
2011	Relatório e Contas Consolidadas da Portugal Telecom 2011 Nota 37 (pág. 201)	Reavaliação	1.995.000.000 €

(\*) Valor dos bens do imobilizado tangível afetos à Concessão conforme Acordo Modificativo do Contrato de Concessão

*Nota:* O equipamento básico inclui essencialmente instalações e equipamento de rede, incluindo a rede de condutas, equipamento de comutação, equipamento terminal e cabos submarinos

### Volatilidade do ativo subjacente

A volatilidade em termos técnicos, mede a dispersão das cotações dos ativos subjacentes. É um parâmetro não observável e terá de ser estimado.

Para estimarmos a volatilidade usámos a metodologia dos retornos logarítmicos dos fluxos de caixa, conforme exemplificado em Mun (2010); Amran e Kulatilaka (1999); e Ferreira (2005), que se baseia no cálculo do desvio padrão do somatório dos logaritmos dos retornos, obtido pela expressão:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^n (X_t - \bar{X})^2}{n-1}}$$

onde  $n$  representa o número de observações,  $x_n$  uma observação e  $X = Ln\left(\frac{x_1}{x_0}\right)$

A Tabela 2 ilustra os cálculos efetuados. Obtivemos o valor estimado para a volatilidade do ativo subjacente de 33,18%.

**Tabela 2: Cálculo da Volatilidade e *drift* com base no histórico das avaliações**

Cálculo da Volatilidade e Drift com base no Histórico das Avaliações					
Ano	Avaliação	$x_1/x_0$	$Ln(x_1/x_0)$	$x-x_m$	$(x-x_m)^2$
2002	1.858.098.368 €	-	-	-	-
2003	1.670.948.852 €	0,90	-0,1061619	-0,114060883	0,013010
2004	1.512.332.776 €	0,91	-0,0997383	-0,107637237	0,011586
2005	1.389.094.634 €	0,92	-0,0850012	-0,092900092	0,008630
2006	1.239.689.172 €	0,89	-0,1137915	-0,121690453	0,014809
2007	1.103.300.380 €	0,89	-0,1165546	-0,124453588	0,015489
2008	1.043.259.095 €	0,95	-0,0559565	-0,063855416	0,004078
2009	2.066.000.000 €	1,98	0,68326481	0,675365871	0,456119
2010	1.253.000.000 €	0,61	-0,5000737	-0,507972636	0,258036
2011	1.995.000.000 €	1,59	0,46510337	0,457204433	0,209036

**Período de análise da incerteza (maturidade)**

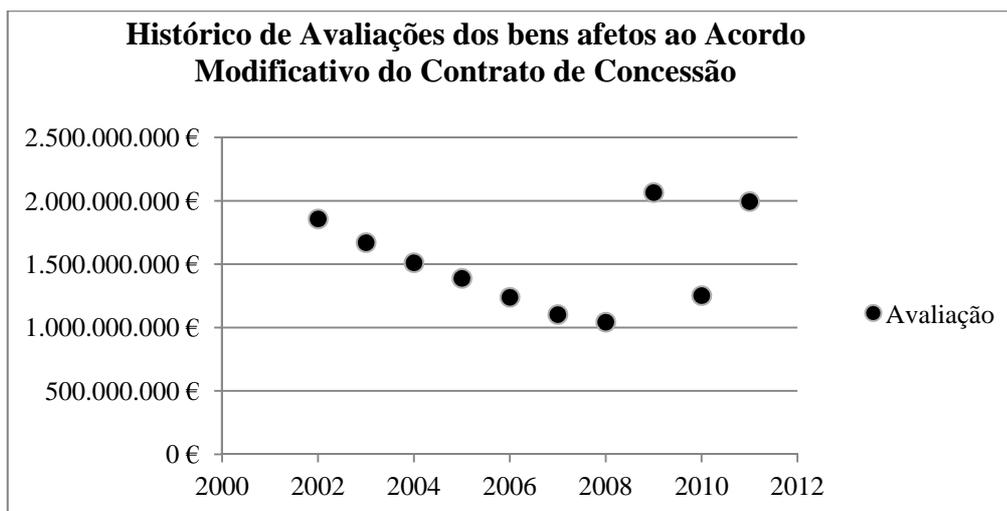
A propriedade da rede básica detida pela PT Comunicações é vigente pelo período da concessão (até 2025). Tomámos como referência o ano 2012 e, por consequência, a maturidade é de 13 anos.

**Cotação do ativo subjacente no final do período de análise**

Para obtermos esta variável necessitámos de prever o valor da avaliação dos ativos subjacentes em 2025.

Modelámos esta variável segundo um processo estocástico que segue um MGB, tomando como parâmetros já anteriormente modelados; a taxa de crescimento (*drift*) sendo a média dos logaritmos dos acréscimos, obtida com base nos dados históricos das avaliações (0,79%); a volatilidade (cf. Tabela 2) (33,18%); e a cotação atual do ativo, a avaliação em 2011, (1.995M€),

O Gráfico 9 representa o histórico dos valores das avaliações dos ativos objeto deste estudo.



**Gráfico 9: Histórico de avaliações dos bens afetos ao Acordo Modificativo do Contrato de Concessão**

Na Tabela 3 estão descritos todos os parâmetros usados no processo estocástico, MGB com crescimento, usado para modelar a evolução das avaliações entre 2012 e 2025.

**Tabela 3: Parâmetros do Processo Estocástico (MGB)**

<b>Processo Estocástico: Movimento Browniano (caminho aleatório) com crescimento</b>	
Valor Inicial	1995
Taxa de Crescimento	0,79%
Volatilidade	33,18%
Horizonte	13
Etapas	50 000
Iterações	1000

No nosso modelo, usaremos para a cotação do ativo na maturidade (strike), a estimativa da avaliação no ano 2025, ou seja, a média arredondada dos caminhos aleatórios no décimo terceiro ano (cf. Tabela 4) (2390M€).

**Tabela 4: Média das simulações dos valores do strike em 13 anos**

<b>Tempo (anos)</b>	<b>Média (M€)</b>
0,0000	1995,00
0,0003	1994,48
0,0010	1994,95
....	...
12,9987	2392,873
12,99948	2390,254
12,99974	2390,35
<b>13</b>	<b>2389,997</b>

### **Taxa de juro sem risco**

É prática comum nos cálculos das opções reais, usar a taxa das Obrigações do Tesouro a 10 anos.

A decisão da ANACOM, em Fevereiro de 2010, estabeleceu que, para cálculo da taxa de juro sem risco para o triénio 2009-2011, deviam ser utilizadas as Obrigações do Tesouro (OT) com maturidade de 10 anos, tendo por base observações mensais, com referência aos dois últimos anos (2008-2010), sendo o valor médio apurado de 4,80%.

Esta decisão revelou-se adequada, de um modo geral, sendo também uma prática comum e consensual nas práticas financeiras e regulatórias.

No entanto, o enquadramento macroeconómico internacional originou uma grande instabilidade nos mercados financeiros, em particular no que se refere à dívida soberana, condicionando variações significativas e atípicas na taxa de juro das Obrigações de Dívida Pública (ODP) nacionais.

Nos anos 2010 e 2011, verificou-se uma alteração significativa dos valores médios, consubstanciada numa variação de 3,02 p.p., para um valor de 7,82%, segundo cálculos efetuados pela PT Comunicações (PTC) em 2011 ratificados pelo regulador (cf. ANACOM, 2011).

**Tabela 5: Cálculo da PTC para taxas de juro sem risco (2011)**

	2009	2010	2011
Taxa de juro sem risco	4,37%	4,80%	7,82%

Fonte: ANACOM

Estes factos levaram a ANACOM a reconsiderar a utilização das ODP Nacionais como aproximação ao indicador de taxa de juro sem risco e, avançar com uma abordagem distinta baseada nas observações das médias mensais das ODP a 10 anos, entre 2010 e 2011, de um conjunto representativo de países pertencentes ao mesmo espaço monetário, nos quais se inclui Portugal (cf. Tabela 6).

Esta decisão obteve o acordo de dois dos principais operadores de telecomunicações nacionais (cf. ANACOM, 2012)

**Tabela 6: Média das Observações Mensais dos ODP a 10 anos (2010-2011)**

<i>Países</i>	<i>ODP (10 anos) (a)</i>
Bélgica	3,85%
Espanha	4,85%
França	3,22%
Irlanda	7,67%
Itália	4,73%
Portugal	7,82%
<b>Média</b>	<b>5,36%</b>

(a) Média das observações mensais das ODP, ao valor nominal, com o euro como moeda de transação

Fonte: Banco Central Europeu

O valor médio apurado, a utilizar para a taxa de juro sem risco, foi de 5,36%.

### 3.4 Cálculo da opção

#### Cenário 1

Neste cenário vamos utilizar o modelo de Black e Scholes para estimar o valor do termo associado à incerteza, modelado por uma opção de venda europeia.

As entradas do modelo, discutidas no capítulo anterior, e o resultado do cálculo encontram-se resumidos na Tabela 7.

**Tabela 7: Parâmetros e Resultados- Opção de Venda Europeia (BS)**

<b>Parâmetros e Resultados – Opção de Venda Europeia (BS)</b>	
<b>Maturidade</b> <i>Ano Inicial de referência - 2012</i> <i>Ano Final do período de concessão - 2025</i>	<b>13 Anos</b>
<b>Cotação Atual</b> <i>Valor da avaliação dos bens no final do ano 2011, inscrita no Relatório e Contas Consolidadas da Portugal Telecom 2011 - Nota 37 (pág. 201)</i>	<b>1995 M€</b>
<b>Strike (estimado)</b> <i>Valor projetado a 13 anos por um MGB (50K Etapas, 1K Iterações) com crescimento e drift=0,0079; Volat.=33,18%; Valor Inicial = 1995 M€</i>	<b>2390 M€</b>
<b>Volatilidade (estimada)</b> <i>Calculado a partir do histórico de avaliações usando o modelo do desvio-padrão dos retornos logarítmicos</i>	<b>33,18%</b>
<b>Taxa de juro sem risco</b> <i>Média das taxas de juro das ODP Europeias a 10 anos (Ver ANACOM - 17.07.2012)</i>	<b>5,36%</b>
<b>Opção de Venda Europeia (por Black e Scholes)</b> <i>Valor Atual (2012) da incerteza associada aos ativos afetos ao Acordo Modificativo do Contrato de Concessão, sem a flexibilidade de venda antecipada.</i>	<b>371,70 M€</b>

## Cenário 2

Este cenário pressupõe que a PT pode optar por vender a rede básica pelo valor 2390 M€ até 2025.

Usámos o modelo binomial para calcular a opção de venda americana que modela a incerteza e obtivemos os valores indicados na Tabela 8.

**Tabela 8: Parâmetros e Resultados - Opção de Venda Americana (Binomial)**

<b>Parâmetros e Resultados – Opção de Venda Americana (Binomial)</b>	
<b>Maturidade</b> <i>Ano Inicial de referência - 2012</i> <i>Ano Final do período de concessão - 2025</i>	<b>13 Anos</b>

<p><b>Cotação Atual</b>  <i>Valor da avaliação dos bens no final do ano 2011, inscrita no Relatório e Contas Consolidadas da Portugal Telecom 2011 - Nota 37 (pág. 201)</i></p>	<p><b>1995</b> M€</p>
<p><b>Strike (estimado)</b>  <i>Valor projetado a 13 anos por um MGB (50K Etapas, 1K Iterações) com crescimento e drift=0,0079; Volat.=33,18% e Valor Inicial = 1995 M€</i></p>	<p><b>2390</b> M€</p>
<p><b>Volatilidade (estimada)</b>  <i>Calculado a partir do histórico de avaliações usando o modelo do desvio-padrão dos retornos logarítmicos</i></p>	<p><b>33,18%</b></p>
<p><b>Taxa de juro sem risco</b>  <i>Média das taxas de juro das ODP Europeias a 10 anos (Ver ANACOM - 17.07.2012)</i></p>	<p><b>5,36%</b></p>
<p><b>Opção de Venda Americana (por Binomial)</b>  <i>Valor Atual (2012) da incerteza associada aos ativos afetos ao Acordo Modificativo do Contrato de Concessão com a flexibilidade de venda antecipada.</i></p>	<p><b>683,27</b> M€</p>

### 3.5 Análise e revisão dos resultados

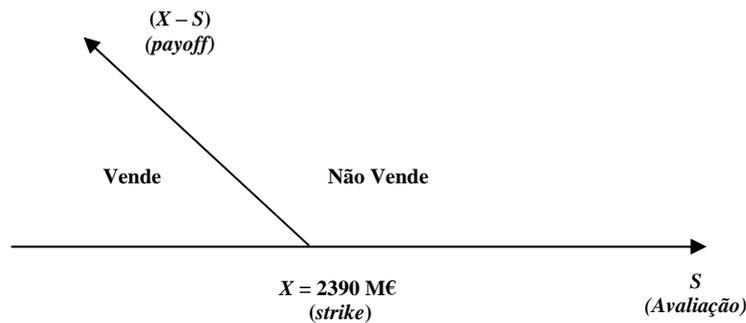
A aplicação dos modelos atrás descritos permitiu-nos valorizar a incerteza associada aos ativos da rede básica no valor de 371,71 M€, sem a flexibilidade de venda antecipada e, em 683,27 M€ com a flexibilidade de venda antecipada.

A diferença (683,27 M€ - 371,71 M€ = 311,56 M€) traduz o valor da flexibilidade da venda antecipada dos ativos.

#### Espaço estratégico – Tomada de decisão no cenário 1

No cenário 1, a PT só poderá tomar uma decisão quanto à venda dos ativos no final do período de análise, na maturidade.

O espaço estratégico para tomada de decisão é coincidente com o *payoff* da opção europeia na maturidade. Se a opção estiver *in-the-money* a PT exercerá a opção e vende os ativos.



**Gráfico 10: Espaço Estratégico - Tomada de decisão para o cenário 1**

### Espaço estratégico – Tomada de decisão no cenário 2

Neste cenário, a PT optará sempre por vender a rede quando a diferença entre a avaliação dos ativos e o preço de venda estabelecido for superior ao valor esperado dos proveitos futuros, isto é, maximizando o valor da opção.

Para obter o valor da avaliação para o qual passa a ser vantajoso exercer a opção de venda, é necessário determinar os pontos nos quais o valor intrínseco da opção quando exercida é igual ao valor esperado de mantê-la “viva”, ou seja:

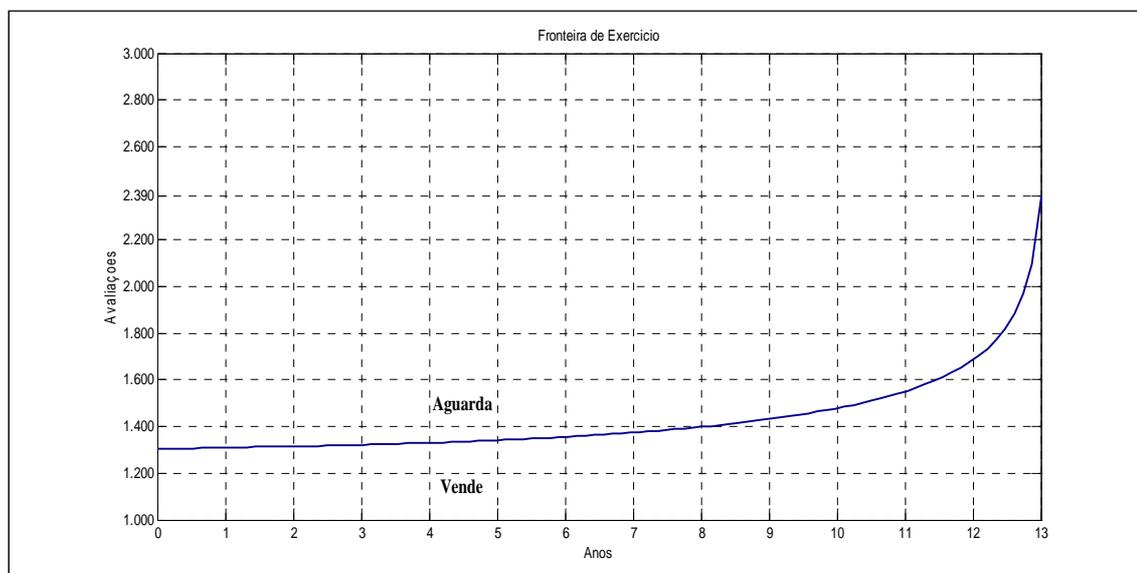
$$X - S_{T-\tau}^* = E[P_T] \times e^{-r\tau}$$

$X - S_{T-\tau}^*$  é o valor intrínseco da opção no instante  $\tau$ ,  $E[P_T]$  é o valor esperado do valor da opção atualizado.

O conjunto destes pontos designa-se por fronteira de exercício ou curva de gatilho e separa as duas regiões de decisão, manter ou vender.

Com base no modelo das diferenças finitas calculámos a curva de gatilho ilustrada no Gráfico 11.

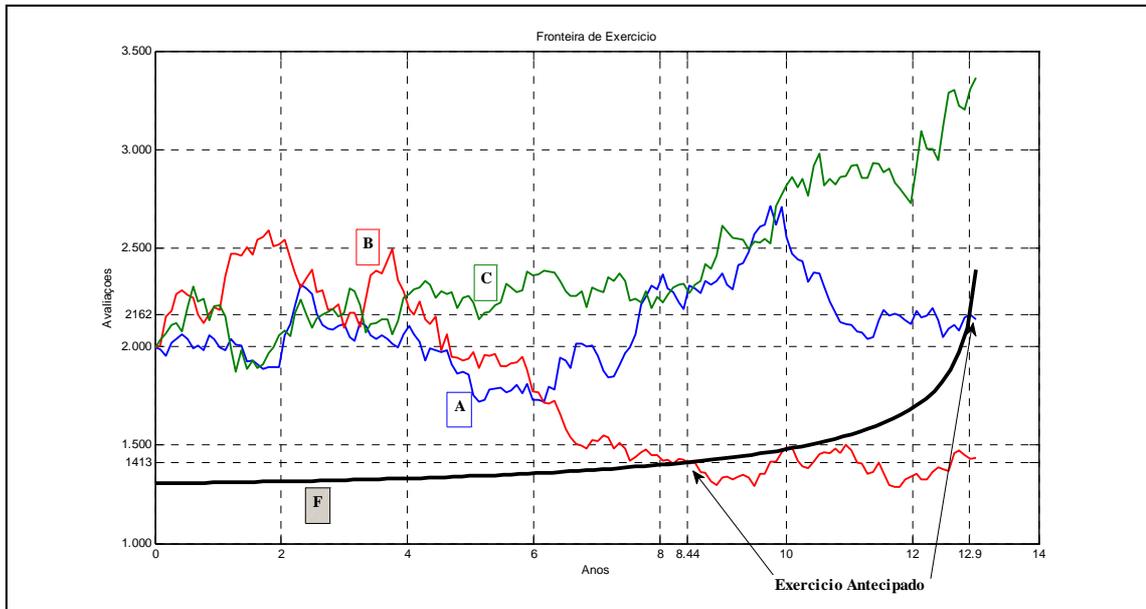
Em um determinado instante de tempo, se o valor da avaliação dos ativos estiver abaixo da curva, indica uma decisão de vender, enquanto se estiver acima da curva a decisão será de manter.



**Gráfico 11: Espaço Estratégico - Tomada de decisão para o cenário 2 (Curva de Gatilho)**

Neste cenário, o valor superior é justificado pela flexibilidade adicional gerada pela possibilidade de exercer uma gestão dinâmica sobre os ativos subjacentes consubstanciada na possibilidade de venda antecipada.

Para ilustrar possíveis cenários de tomada de decisão, simulámos três caminhos possíveis para as avaliações dos bens em estudo, partindo do valor atual de 1995 M€ e para o período da análise (13 anos), descritos pelas curvas A, B e C no Gráfico 12.



**Gráfico 12: Caminhos Brownianos e Tomada de Decisão**

O caminho A e o caminho B intercetam a curva de gatilho (curva F) no tempo 12,9 (doze anos e 11 meses) e 8,44 (oito anos e 5 meses) respetivamente. Nestes casos a diferença entre a avaliação estimada para esse instante de tempo e os proveitos futuros previstos é maior, indicando que a PT deveria vender a rede por 2390 M€ porque estaria a maximizar o retorno.

No caso do caminho C, a PT não encontraria vantagem em vender a rede pelo valor referido (2390 M€) porque os bens teriam um valor intrínseco superior e deixaria a opção expirar.

<b>Caminhos Aleatórios</b>	<b>Gatilho</b>
Caminho A	$t = 8,44$ (oito anos e 5 meses) ; $S = 1413$ M€
Caminho B	$t = 12,9$ (doze anos e 11 meses) ; $S = 2162$ M€
Caminho C	Expira (Não exerce)

### 3.6 Análise de sensibilidade para o modelo de Black e Scholes

O valor das opções é influenciado pelo preço do ativo subjacente; pela volatilidade (risco); pelo tempo e pela taxa de juro. A sensibilidade a alterações no valor dessas variáveis constitui um aspeto relevante que pode ser avaliada recorrendo a um conjunto

de medidas conhecidas por “*gregas*”; ou de uma forma mais intuitiva, usando diagramas tornado e *spider*.

O conjunto de medidas conhecidas por “*gregas*”, assim denominado devido à representação de quatro delas tomar por base as letras gregas; *Delta*, *Gama*, *Theta* e *Rho* é constituído por:

- *Delta* e *Gama* as medidas que representam a sensibilidade do valor da opção a variações do preço do ativo subjacente. São dadas pela derivada de 1ª ordem e de 2ª ordem respetivamente, portanto, *delta* é uma medida linear e *gama* uma medida quadrática;
- *Theta* representa a medida da sensibilidade relativamente a variações à passagem do tempo;
- *Rho* representa a sensibilidade a variações da taxa de juro sem risco (linear);
- *Vega* e *Volga* são medidas de sensibilidade de 1ª e 2ª ordem respetivamente, e medem a variação do preço da opção relativamente à variação da volatilidade implícita do ativo subjacente.

A medida *delta* é um indicador primário que representa a sensibilidade do valor da opção a variações incrementais do preço do ativo subjacente *ceteris paribus*. O *delta* representa o declive da curva do preço da opção relativamente ao preço do ativo Ferreira (2005).

Partindo da fórmula do modelo Black e Scholes, chega-se à expressão para o *delta* de uma opção de compra (*call*) (cf. Ferreira (2005):

$$\partial = \frac{\partial C}{\partial S} = N(d_1)$$

A medida *gama* expressa a rapidez da variação do *delta* a variações do preço do ativo subjacente e é obtida pela derivada de 2ª ordem.

As medidas *delta* e *gama* têm maior utilidade numa perspetiva de gestão do risco em carteiras de ativos financeiros. Com base nestes indicadores pode ser determinada a constituição de uma carteira de ativos composta por posições curta e longa

relativamente ao ativo subjacente, de modo a imunizá-la a variações de preço desse ativo. Ilustramos este mecanismo, conhecido por *delta-hedging*, adaptando um exemplo descrito em Ferreira (2005).

Suponhamos que temos uma ação com cotação atual de 10€, volatilidade 20%, taxa sem risco de 5%.

Uma *call* com maturidade de 180 dias e *strike* de 9,5€, por Black e Scholes, valerá hoje, 0,9819€, com  $N(d_1) = \text{delta}_{call} = 0,7294$ .

Admitindo que o investidor assume uma posição longa de 100 *calls* (compra), terá de vender (posição curta) 72,94 ações, com vista à constituição de uma carteira equilibrada.

A sua posição seria:

- Venda de 73 ações a 10€ = 730€
- Compra de 100 *calls* por 0,9819€ = - 98,2€ (*strike* = 9,5€, Maturidade = 180 dias)

Vamos supor que no dia seguinte, as ações “caem” para 9,9€.

Calculando novamente o valor da *call*, agora para uma maturidade de 179 dias e a nova cotação, obtemos  $C = 0,908€$ .

A posição neste novo cenário seria:

- Perda no valor das opções =  $100 \times (0,908 - 0,9819) = - 7,40€$
- Ganho na posição das ações =  $73 \times (10 - 9,9) = 7,30€$

A posição manteve-se praticamente inalterada, confirmando a imunidade da carteira a variações de preço do ativo. Ressalvamos que este mecanismo funciona bem para pequenas variações no preço do ativo subjacente. Alterações mais significativas obrigariam a recalcular o *delta* e ajustar o portefólio em consonância. Mais aplicações do *delta* e *gama* podem ser consultadas em Ferreira (2005).

A título indicativo, apresentamos na Tabela 9, as expressões das principais gregas de uma *put* europeia pelo modelo de Black e Scholes.

Com base nos valores das *gregas* pode ser construída uma matriz de cenários; otimista, provável e pessimista. Todavia estas medidas são valores instantâneos e não exprimem o impacto das variações dos parâmetros no valor da opção. De acordo com Mun (2005) esta dinâmica é melhor representada em diagramas tornado e *spider*, sendo estas análises mais práticas e interessantes no contexto da análise de opções reais.

**Tabela 9: Expressão das principais “gregas” para a *put* europeia (Black e Scholes)**

<i>Medida</i>	<i>Expressão</i>
<b>delta</b>	$N(d_1) - 1$
<b>gama</b>	$\frac{n(d_1)}{S \times \sigma \times \sqrt{T}}$
<b>rho</b>	$-X \times T \times e^{-rT} N(-d_2)$
<b>theta</b>	$-r \times X \times e^{-rt} N(-d_2)$
<b>vega</b>	$S \times \sqrt{T} \times n(d_1)$

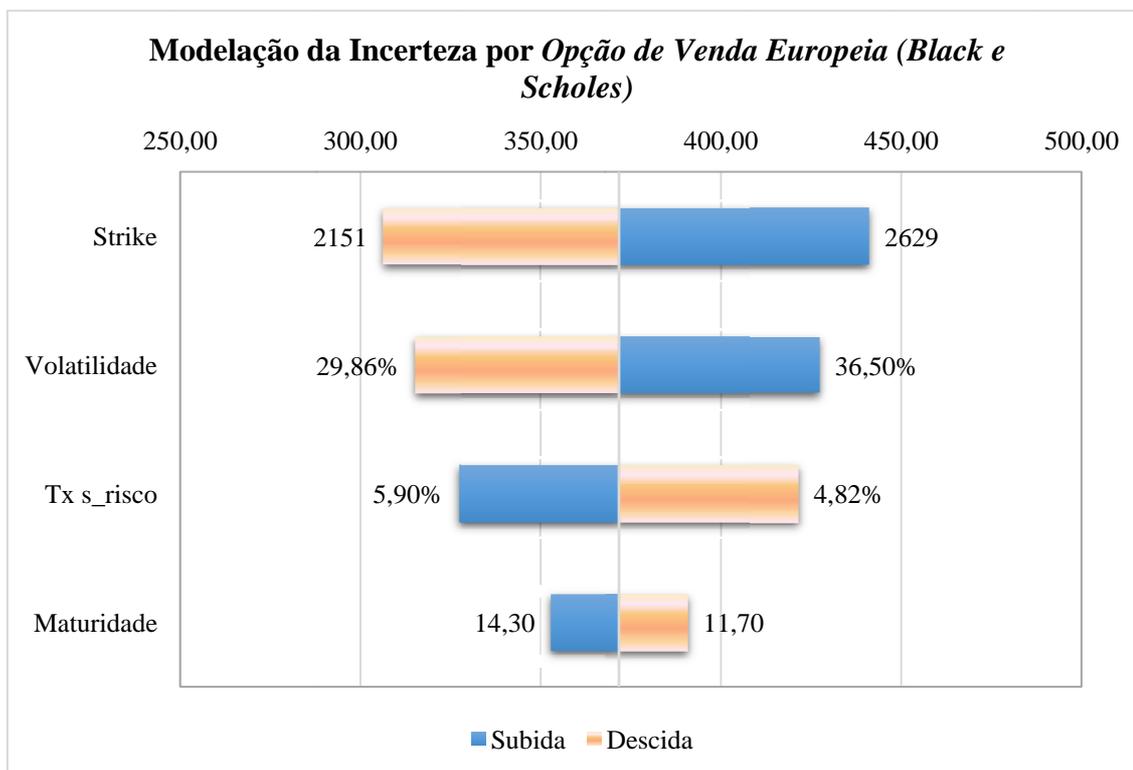
$n(x)$  representa a função de densidade, é uma distribuição normal com média 0 e desvio padrão 1, não acumulativa. Pode ser implementada em MS Excel pela fórmula NORMDIST(x,0,1,0).

$N(x)$  é uma distribuição normal cumulativa com média zero e desvio padrão 1. Pode ser implementada em MS Excel pela fórmula NORMSDIST(x).

Apresentamos os gráficos e tabelas que se seguem, elaborados pela aplicação Oracle Crystal Ball® (*Trial Edition*), com base numa folha de cálculo construída em MS Excel.

O uso do Crystal Ball® não é estritamente necessário para obter os diagramas tornado e *spider*, que se podem implementar com recursos básicos disponíveis no MS Excel.

Ressalvamos que estas análises (tornado e *spider*) são efetuadas fazendo variar cada parâmetro em uma unidade *ceteris paribus*.



**Gráfico 13: Diagrama Tornado - Modelação da Incerteza por Black e Scholes**

**Tabela 10: Valores - Diagrama Tornado - Modelação da Incerteza por Black e Scholes**

Variável	Modelação da Incerteza por Opção de Venda Europeia (Black e Scholes)				Entradas		
	Descida	Subida	Gama	Varição explicativa <sup>1</sup>	Descida	Subida	Base
Strike	306,33	441,01	134,68	44,29%	2151	2629	2390
Volatilidade	315,28	427,19	111,91	74,88%	29,86%	36,50%	33,18%
Tx s_risco	421,35	327,24	94,11	96,51%	4,82%	5,90%	5,36%
Maturidade	390,71	352,88	37,83	100,00%	11,70	14,30	13,00

<sup>1</sup> Variação explicativa é cumulativa

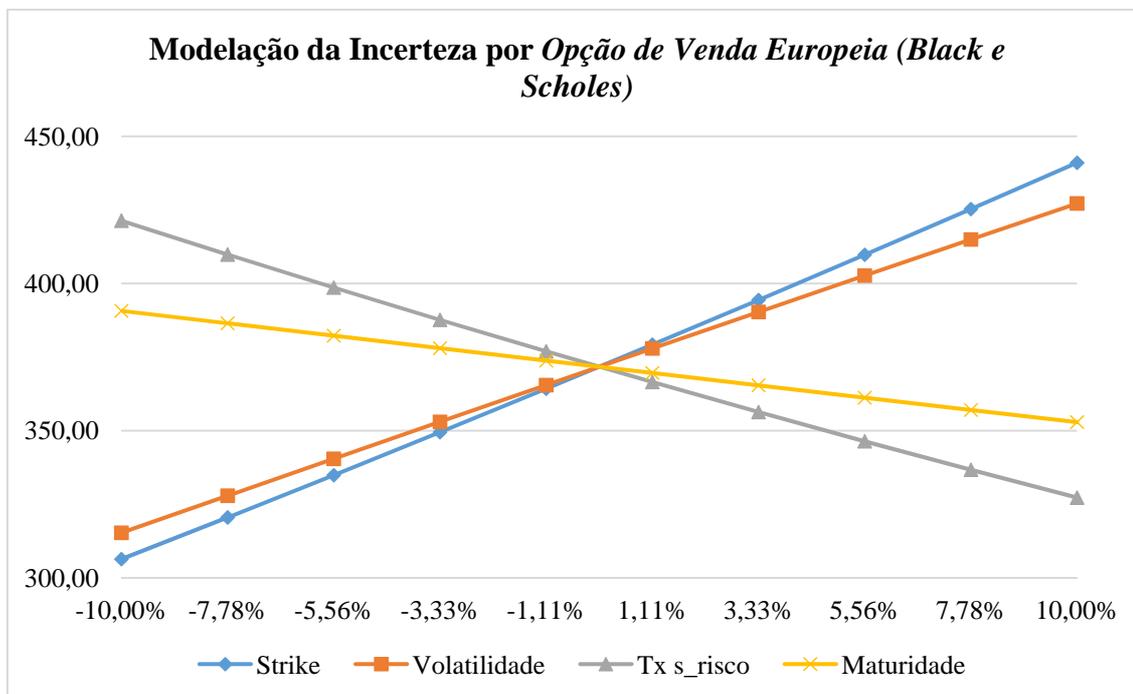


Gráfico 14: Diagrama Spider - Modelação da Incerteza por Black e Scholes

Tabela 11: Valores - Diagrama Spider – Modelação da Incerteza por Black e Scholes

		Modelação da Incerteza por Opção de Venda Europeia (Black e Scholes)									
Entradas	Elasticidade <sup>1</sup>	-10,00 %	-7,78%	-5,56%	-3,33%	-1,11%	1,11%	3,33%	5,56%	7,78%	10,00 %
Strike	1,81	306,33	320,50	334,87	349,46	364,24	379,22	394,40	409,75	425,29	441,01
Volatilidade	1,51	315,28	327,87	340,44	352,98	365,48	377,93	390,33	402,68	414,97	427,19
Tx s_risco	-1,26	421,35	409,85	398,62	387,66	376,96	366,52	356,34	346,40	336,70	327,24
Maturidade	-0,51	390,71	386,48	382,26	378,03	373,82	369,60	365,40	361,21	357,04	352,88

<sup>1</sup>Elasticidade é a média em toda a gama de teste

Com base nesta análise verificámos que o valor da incerteza é maior quanto maiores forem; o valor dos ativos em 2025; e a volatilidade. Decresce com variações positivas na taxa de juro e da maturidade.

Destacamos a maior sensibilidade do valor da incerteza a variações do *strike* e da volatilidade (risco), patente na prioridade e dimensão das barras no diagrama tornado, também evidenciado pelo declive das respetivas retas no diagrama *spider*.

Salientamos ainda o comportamento elástico do valor da incerteza ao *strike*, volatilidade e taxa de juro, e rigidez face à maturidade.

Por último, evidenciamos o comportamento linear do valor da incerteza a alterações dos parâmetros, representado pelas retas no diagrama *spider*. Esta característica permite construir cenários alternativos, por extrapolação de valores intermédios da opção com base na variação de um parâmetro de entrada *ceteris paribus*.

## 4 Conclusão

Este trabalho evidenciou a aplicação da análise de opções reais (AOR) num contexto de elevada incerteza.

A modelação da incerteza não é conseguida através das metodologias tradicionais de avaliação de ativos que tendencialmente os subvaloriza neste enquadramento. A modelação pela AOR permite valorizar as oportunidades futuras que produzem mais-valias.

O caso de estudo teve por base a operação realizada entre a PT e o Estado Português em 2002, que consistiu na aquisição da rede básica de telecomunicações. A valorização dos ativos não levou em consideração a incerteza e a flexibilidade financeira decorrente da sua propriedade.

Por forma a melhor contextualizarmos a aplicação dos conceitos da AOR, criámos dois cenários hipotéticos que se diferenciam na flexibilidade da gestão exercer antecipadamente a opção de venda.

Com base no caso de estudo concluímos que os ativos foram subavaliados recorrendo apenas aos fluxos de caixa futuros atualizados. Recorrendo ao modelo de AOR a incerteza e flexibilidade da venda antecipada foram valorizadas em 371,71 M€ e 311,56 M€, respetivamente, podendo ser entendidas como componentes do valor global dos ativos.

Confirmámos que as características intrínsecas da aplicação condicionam fortemente o modelo da AOR a utilizar. Por vezes, conceitos da vida real que são relativamente simples de compreender aumentam significativamente a complexidade do modelo.

A diversidade de modelos de AOR em conjugação com ferramentas informáticas de fácil acesso simplifica a tarefa de modelação permitindo o usufruto de uma metodologia complementar de avaliação de ativos potente, e obter resultados adequados aos processos de tomada de decisão.

Propomos como trabalhos futuros, (i) Desenvolvimento de uma aplicação de avaliação de ativos que possua uma interface intuitiva e integre os modelos tradicionais de avaliação com os modelos de AOR; (ii) Modelar o caso pela teoria das opções-jogos, considerando as ações e reações exógenas do principal concorrente no setor.

## Bibliografia

- Amran, M., & Kulatilaka, N. (1999). *Real Options - Managing Strategic Investment in an Uncertain World*. Boston, USA: Harvard Business School Press.
- ANACOM. (2010). *Situação das Comunicações 2010*. Lisboa: ICP-ANACOM.
- ANACOM. (2011). *Taxa de juro sem risco*. Obtido em 12 de 2012, de Revisão da taxa de custo de capital da PTC para 2011:  
<http://www.anacom.pt/render.jsp?categoryId=346502>
- ANACOM. (14 de Maio de 2012). Sentido Provável de Decisão : Revisão do cálculo da taxa de custo de capital da PT Comunicações, S.A. para 2011. Lisboa.
- Assembleia da Republica. (1 de Agosto de 1997). Lei 91/97. *Diário da Republica, Diário da Republica - I Série-A(176)*, p. Artigo 12º.
- Barone-Adesi, G., & Whaley, R. E. (1987). Efficient Analytic Approximation of American Option Values. *The Journal of Finance Vol XLII, nº2*.
- Barroso de Moura, R. J. (2006). *Opções e Jogos: Intersecção das Opções com a Teoria dos Jogos na Modelação Dinâmica de Investimentos em Ambiente de Incerteza e Competitividade*. Lisboa: Tese de Doutoramento: UTL-ISEG.
- Black, F., & Scholes, M. (1973). The Pricing of Options and Corporate Liabilities. *The Journal of Political Economy, 81(3)*, 637-654.
- Boyle, P., Broadie, M., & Glasserman, P. (1997). Monte Carlo methods for security pricing. *Journal of Economic Dynamics and Control 21*, 1267-1321.
- Brandão, C. (31 de Agosto de 2006). Aquisição da Pegasus Telecom pela Telmar: Aplicação da Análise por Opções Reais para Avaliar Opções de Expansão e Abandono. Rio de Janeiro, Brasil.
- Brandão, L. E., Teixeira, D. M., & Gomes, L. L. (2010). A decisão do preço de oferta em leilões de telecomunicação: uma análise por opções reais. São Paulo, Brasil.
- Broadie, M., & Glasserman, P. (1997). Pricing American-style securities using simulation. *Journal of Economic Dynamics and Control, 1323-1352*.
- Cabo, S. G. (2009). Regulação e Concorrência no Sector das Comunicações Electrónicas. In S. G. Cabo, *Regulação em Portugal: novos tempos, novo modelo?* (pp. 207-277). Lisboa: Almedina.

- Cardoso, C. E. (2007). Determinação dos Limites de Entrada e Saida de um Projeto de Investimento em uma Lavoura de Café com Aplicação da Teoria de Opções Reais. São Paulo, Brasil.
- Coleman, T. (1998). CS-522 Computational Tools and Methods in Finance: Valuation, Pricing of Options Use of MATLAB.
- Copeland, E. T., & Keenan, T. P. (1998). Corporate Finance: How much is flexibility worth? *THE MCKINSEY QUARTERLY* : Number 2, 39-49.
- Copeland, T. (31 de Março de 2001). Ascensão das opções reais. *HSM Management*, pp. 1-5.
- Couto, G. M. (2006). *Opções Reais e Decisão sob Incerteza no Processo de Realocação*. Lisboa: Tese de Doutoramento: UTL-ISEG.
- Cox, J. C., Ross, S. A., & Rubinstein, M. (Março de 1979). Option Pricing: A Simplified Approach. Massachusetts.
- Damodaran, A. (2002). Investment Valuation. NY: Wiley.
- Damodaran, A. (Julho de 2005). The Promise and Peril of Real Options. New York, EUA.
- Damodaran, A. (2006). *Valuation Approaches and Metrics: A Survey of the Theory*. NY: Stern School of Business.
- Dixit, A., & Pindyck, R. (1994). *A New View of Investment*. USA: Princeton U. press.
- Dixit, A., & Pindyck, R. (1994). *Investment Under Uncertainty*. USA: Princeton U. Press.
- Fernandes, M. M. (Novembro de 2009). Diferenças Finitas na Valoração de Opções Europeias e Americanas. Lisboa, Portugal.
- Ferreira, D. (2005). *Opções Financeiras - Gestão de Risco, Especulação e Arbitragem*. Lisboa: Edições Sílabo.
- Geske, R., & Johnson, H. E. (1984). The American Put Option Valued Analytically. *The Journal of Finance*, Vol. 39, n°5, 1511-1524.
- Jornal i. (01 de Julho de 2009). *ionline - venda da rede fixa à PT aberta Ferreira Leite*. Obtido em 02 de 12 de 2011, de [ionline.pt](http://www1.ionline.pt/conteudo/11160-negocio-venda-da-rede-fixa--pt-aperta-ferreira-leite):  
<http://www1.ionline.pt/conteudo/11160-negocio-venda-da-rede-fixa--pt-aperta-ferreira-leite>

- Kim, Y., Puztaszeri, J.-F., & Li, Y. (2013). *CS 522: Computational Tools and Methods for Finance (Spring 1998)*. Obtido de Cornell University - Courses Overview: <http://www.cs.cornell.edu/Info/Courses/Spring-98/CS522/>
- Kuronuma, A. M. (2006). Estudo da Análise de Preços de Negociação de Empresas Comparativamente à Avaliação de Empresas por Opções Reais - Estudo de Caso de Empresas do Setor das Telecomunicações. São Paulo, Brasil.
- Longstaff, F. A., & Schwartz, E. S. (2001). Valuing American Options by Simulation: A Simple Least-Squares Approach. *The Reiieib of Firiancial Studies, Vol 14. n° 1*, 113-147.
- Lopes, M. M., Porfírio, J. A., & Couto, G. (2004). *Avaliação de Projectos - Da Análise Tradicional às Opções Reais*. Lisboa: Publisher Team.
- Mun, J. (2005). *Real Options Analysis: Tools and Techniques for Valuing Strategic Investments and Decisions*. San Francisco: Wiley Finance.
- Mun, J. (2010). *Modeling Risk* (Second ed.). New Jersey: Wiley.
- Neves, J. C. (2002). *Avaliação de Empresas e Negócios*. Lisboa: McGraw-Hill.
- Oracle. (09 de 2013). *Oracle Crystal Ball*. Obtido de Oracle Crystal Ball: [www.oracle.com/crystalball](http://www.oracle.com/crystalball)
- Portugal Telecom. (11 de Dezembro de 2002). *PTSite > Investidores > Press Releases > Notícias > Arquivo*. Obtido de Ptsite/PT/Canais/Investidores: <http://www.telecom.pt/InternetResource/PTSite/PT/Canais/Investidores/Pressrel/Noticias/arquivo/com11122002.htm>
- Portugal Telecom. (2011). *Relatório de Contas Consolidadas 2011*. Portugal Telecom.
- Portugal Telecom. (7 de 11 de 2012). Dossier Technology & Innovation. Lisboa, Portugal.
- PT Wholesale. (Março de 2012). ORALL: Oferta de Referência Para Acesso ao Lacete Local. Lisboa.
- PT, SGPS, SA. (2008). *Relatório de Contas Consolidadas*. Lisboa: PT.
- Rocha, A. B. (Abril/Junho de 2008). O Dilema do Prisioneiro e a Ineficiência do Método das Opções Reais. *RAC - Revista de Administração Contemporanea; ANPAD - Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Administração, 12(002)*, pp. 507-531.

- Rocha, K. M. (2006). Três Ensaio sobre a Metodologia de Apreçamento de Ativos utilizando Opções Reais. Rio de Janeiro, Brasil.
- Ross, S. A., Cox, C. J., & Rubinstein, M. (1979). *Option Pricing: A Simplified Approach*. California: Journal of Financial Economics.
- Saito, M. B., Júnior, J. L., & Oliveira, M. R. (2010). A teoria das opções reais: uma aplicação a projetos de investimento em inovação tecnológica considerando-se o valor da flexibilidade gerencial. Pernambuco, Universidade Federal de Pernambuco, Brasil.
- Stille, R., & Lemme, C. F. (2009). Uma Aplicação de Opções Reais na Avaliação de Licença de Prestação de Serviços de Telefonia Móvel 3G no Brasil. Rio de Janeiro, Brasil.
- Sukha, S. (Dezembro de 2001). Advanced Mathematics of Finance Honours Project: Finite-Difference Methods for Pricing the American Put Option.
- Trigeorgis, L., Chevalier-Roignant, B., M. Flath, C., & Huchzermeier, A. (6 de Junho de 2010). Strategic investment under uncertainty: a synthesis. Roma, Italia.
- Yu, C. K. (2004). Pricing American Options without Expiry Date. Hung Hom, Hong Kong.
- Zhu, S.-P. (2006). An exact and explicit solution for the valuation of American put options. *Quantitative Finance* 6(3), 229–242.
- Zhu, S.-P. (14 de Maio de 2007). Pricing American Options - an Important Fundamental Research in Pricing Financial Derivatives. Wollongong, Wollongong, Australia: University of Wollongong.

## Anexo 1: Código da função (MS Excel) - BlackScholes(c,S,X,T,r,v)

```
Public Function BlackSholes(CallPut As Boolean, Stock As Double,
Strike As Double, _
Maturidade As Double, TaxaSemRisco As Double, Volatilidade As
Double) As Double

Dim D1 As Double
Dim D2 As Double

D1 = (Log(Stock / Strike) + (TaxaSemRisco + 0.5 * Volatilidade ^
2) * Maturidade) _
/ (Volatilidade * Sqr(Maturidade))

D2 = D1 - Volatilidade * Sqr(Maturidade)

' Call = 0 ; Put = 1

If CallPut Then

    BlackSholes = Strike * Exp(-Maturidade * TaxaSemRisco) *
Application.NormSDist(-D2) - _
    Stock * Application.NormSDist(-D1)

Else

    BlackSholes = Stock * Application.NormSDist(D1) - Strike *
Exp(-Maturidade * TaxaSemRisco) * _
    Application.NormSDist(D2)

End If

End Function
```

## Anexo 2: Código em Matlab®

### Código usado para gerar os caminhos brownianos

```
%-----Caminho Browniano-----

hold all; % desenha sobre o gráfico atual
n=156; % numero de passos

% t e um vetor coluna [0 1/N 2/N ... 1]
t = (0:1:n)'/n;

% a funcao cumsum é a soma acumulada das variáveis N(0,1/N)

W = [0; cumsum(randn(N,1))]/sqrt(N);
t = t*T; W = W*sqrt(T);
Y = S*exp((r-(sig^2)/2)*t + sig * ([0; cumsum(randn(n,1))]/sqrt(n)));

plot(t,Y);
```

### Função usada no cálculo da opção americana pelo Modelo Binomial

```
function [] = BinomialAmerican(CallPut, AssetP, Strike, RiskFree, Div,
Time, Vol, nSteps)
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Computes the Cox, Ross & Rubinstein (1979) Binomial Tree for
American Call/Put Option Values based
% on the following inputs:
% CallPut           =      Call = 1, Put = 0
% AssetP            =      Underlying Asset Price
% Strike            =      Strike Price of Option
% RiskFree          =      Risk Free rate of interest
% Div               =      Dividend Yield of Underlying
% Time              =      Time to Maturity
% Vol               =      Volatility of the Underlying
% nSteps            =      Number of Time Steps for Binomial Tree to
take
% Please note that the use of this code is not restricted in anyway.
% However, referencing the author of the code would be appreciated.
% To run this program, simply use the function defined in the 1st
line.
% http://www.global-derivatives.com
% info@global-derivatives.com
% Kevin Cheng (Nov 2003)
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

dt = Time / nSteps;

if CallPut
    b = 1;
```

```

end
if ~CallPut
    b = -1;
end

RR = exp(RiskFree * dt);
Up = exp(Vol * sqrt(dt));
Down = 1 / Up;
P_up = (exp((RiskFree - Div) * dt) - Down) / (Up - Down);
P_down = 1 - P_up;
Df = exp(-RiskFree * dt);

% Sets up the asset movements on the binomial tree
for i = 0:nSteps
    State = i + 1;
    St = AssetP * Up ^ i * Down ^ (nSteps - i);
    Value(State) = max(0, b * (St - Strike));
end

% Works backwards recursively to determine the price of the option
for TT = (nSteps - 1):-1:0
    for i = 0:TT
        State = i + 1;
        Value(State) = max((b * (AssetP * Up ^ i * Down ^ (abs(i - TT) - Strike))), (P_up * Value(State + 1) + P_down * Value(State)) * Df);
    end
end

Binomial = Value(1)

```

### **Estrutura de funções usadas para calcular a curva de gatilho pelo modelo das diferenças finitas**

Código obtido em: <http://www.cs.cornell.edu/Info/Courses/Spring-98/CS522/>

Editado por: Cornell University para o curso ref<sup>a</sup>: CS 522: *Computational Tools and Methods for Finance (Spring 1998)*.